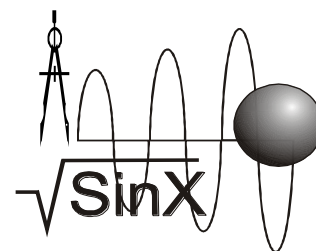


Брянская государственная сельскохозяйственная академия

Кафедра информатики



Верезубова Н.А.

Петракова Н.В.

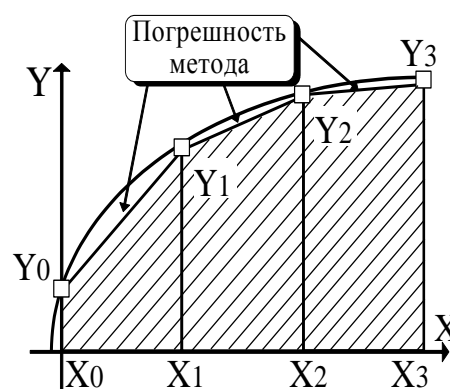
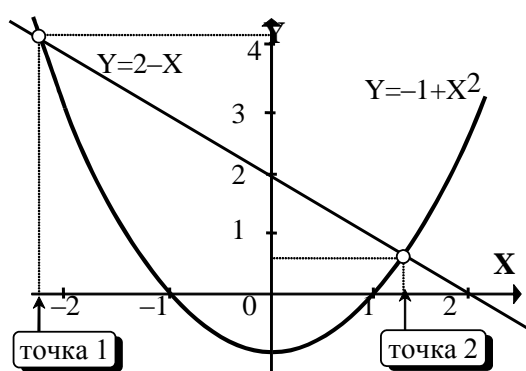
Безик Д.А.

Жиряков А.В.



ИНЖЕНЕРНЫЕ И ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В СРЕДЕ MICROSOFT EXCEL

Учебное пособие для студентов
экономического, агроинженерного направления и аспирантов



Брянск 2012

УДК 002 (07)

ББК 32.81:65.39:22.1

В 31

Верезубова, Н.А. Инженерные и экономические расчеты в среде Microsoft Excel. Учебное пособие для студентов экономического, агроинженерного направления и аспирантов/ Н.А. Верезубова, Н.В. Петракова, Д.А. Безик, А.В. Жиряков. - Брянск: Издательство БГСХА, 2012 г.- 188 с.

Рассматривается решение средствами MS Excel: математических задач (работа с массивами, решение линейных алгебраических уравнений, численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и др.); экономических задач (задачи финансового анализа, подбор параметра, таблица подстановки, диспетчер сценариев); графические возможности (построение диаграмм, построение линий тренда).

В учебном пособии разработаны примеры и задания для самостоятельной работы, даны пошаговые инструкции по оформлению рабочего листа, что позволяет использовать учебное пособие как практическое руководство для автоматизации некоторых прикладных задач пользователей.

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту ВПО третьего поколения.

Рецензенты:

зав. кафедрой систем энергообеспечения, д.т.н., профессор Маркарянц Л.М.

доцент кафедры высшей математики и физики, к.т.н. Яковенко Н.И.

Рекомендовано к изданию решением методической комиссии факультета энергетики и природопользования от 27 марта 2012 г.

© Брянская ГСХА
© Верезубова Н.А.
© Петракова Н.В.
© Безик Д.А.
© Жиряков А.В.

ВВЕДЕНИЕ

Microsoft Excel - ведущая программа обработки электронных таблиц. Первая версия MS Excel появилась в 1985 году и обеспечивала только простые арифметические операции в строку или в столбец. В 1993 году вышла пятая версия Excel, ставшая первым приложением Microsoft Office, которое включало язык Visual Basic for Applications (VBA). Начиная с Office 97 фирма Microsoft включает VBA во все приложения пакета Microsoft Office.

В настоящее время MS Excel представляет собой достаточно мощное средство разработки информационных систем, которое включает как электронные таблицы (со средствами финансового и статистического анализа, набором стандартных математических функций, доступных в компьютерных языках высокого уровня, рядом дополнительных функций, встречающихся только в библиотеках дорогостоящих инженерных подпрограмм), так и средства визуального программирования (Visual Basic for Applications). Электронные таблицы позволяют производить обработку чисел и текста, задавать формулы и функции для автоматического выполнения, прогнозировать бюджет на основе сценария, представлять данные в виде диаграмм, публиковать рабочие листы и диаграммы в Интернете. С помощью VBA можно автоматизировать всю работу, начиная от сбора информации, ее обработки до создания итоговой документации как для офисного пользования, так и для размещения на Web-узле.

Популярность табличного процессора MS Excel позволяет предположить, что интерес к нему будет расти и дальше. Поэтому рассмотрение тех или иных задач, которые можно решить с использованием его возможностей, будет расширять области применения MS Excel как в учебном процессе, так и для автоматизации расчетов в производственной сфере.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТЫ С MICROSOFT EXCEL

Для представления данных в удобном виде используют таблицы. Компьютер позволяет представлять их в электронной форме, а это дает возможность не только отображать, но и обрабатывать данные. Класс программ, используемых для этой цели, называется *электронными таблицами*. Одним из наиболее распространенных средств работы с документами, имеющими табличную структуру, является табличный процессор Microsoft Excel.

Основными компонентами Microsoft Excel являются следующие составляющие:

- 1) *вычислительный модуль*, с помощью которого производится обработка данных в таблицах;
- 2) *модуль диаграмм* позволяет на основе числовых данных из таблиц получать графики и диаграммы различных типов;
- 3) *модуль базы данных* предназначен для реализации обработки больших массивов информации, хранящихся в базах данных;
- 4) *модуль программирования* позволяет автоматизировать решение сложных задач.

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ

Программа Microsoft Excel предназначена для работы с таблицами данных, преимущественно числовых. При формировании таблицы выполняют ввод, редактирование и форматирование текстовых и числовых данных, а также формул. Наличие средств автоматизации облегчает эти операции.

Документ Excel называется *рабочей книгой*. Рабочая книга представляет собой набор рабочих листов, каждый из которых имеет табличную структуру и может содержать одну или несколько таблиц. Книга, которая открывается при загрузке программы, имеет имя **Книга1**.

Книга состоит из *рабочих листов*. В окне документа в программе Excel отображается только *текущий* рабочий лист. Каждый рабочий лист имеет *название*, которое отражается на *ярлычке листа* \Лист1 / Лист2 / Лист3 /, отображаемом в его нижней части. По умолчанию рабочих листов три, пользователь может вставить или удалить в книгу дополнительные листы, используя команду **Вставка–Лист**. Чтобы переименовать рабочий лист, надо дважды щелкнуть на его ярлычке.

Рабочий лист состоит из *строк* и *столбцов*. *Столбцы* озаглавлены латинскими буквами и двухбуквенными комбинациями. Всего рабочий лист может содержать до 256 столбцов. *Строки* последовательно нумеруются цифрами (от 1 до 65536 – максимально допустимый номер строки).

На пересечении столбцов и строк образуется *ячейка* таблицы, она является минимальным элементом для хранения данных. Обозначение отдельной ячейки сочетает в себе имя столбца и номер строки, на пересечении которых она расположена. Обозначение ячейки выполняет функции ее *адреса*. Адреса ячеек используют при записи формул, определяющих взаимосвязь между значения-

ми, расположенными в разных ячейках.

Одна из ячеек всегда является **активной (текущей)** и выделяется рамкой активной ячейки. Эта рамка в программе Excel играет роль курсора. Операции ввода и редактирования всегда производятся в активной ячейке.

На данные, расположенные в соседних ячейках, можно ссылаться в формулах как на единое целое. Такую группу ячеек называют **диапазоном**. Наиболее часто используют прямоугольные диапазоны, образующиеся на пересечении группы последовательно идущих строк и группы последовательно идущих столбцов. Диапазон ячеек обозначают, указывая через двоеточие номера ячеек, расположенных в противоположных углах прямоугольника, например, A1:D15.

1.2. ИНТЕРФЕЙС MICROSOFT EXCEL

Структура окна Excel подобно окнам других приложений пакета Microsoft Office.

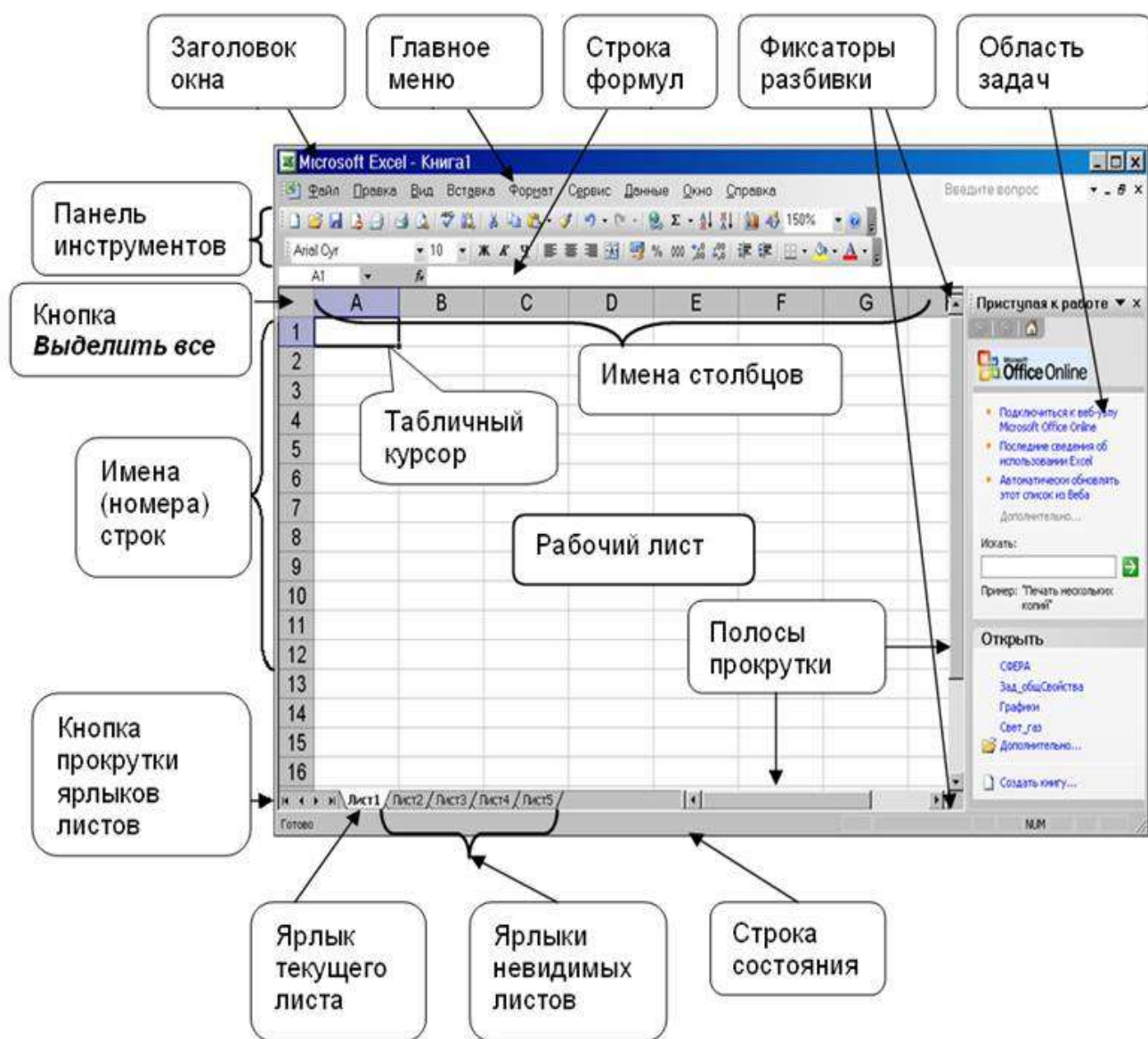


Рис. 1.1. Рабочее окно программы Microsoft Excel

Дополнительным элементом окна программы Microsoft Excel (отсутствующим в других программах) является строка формул, которая состоит из трех частей.

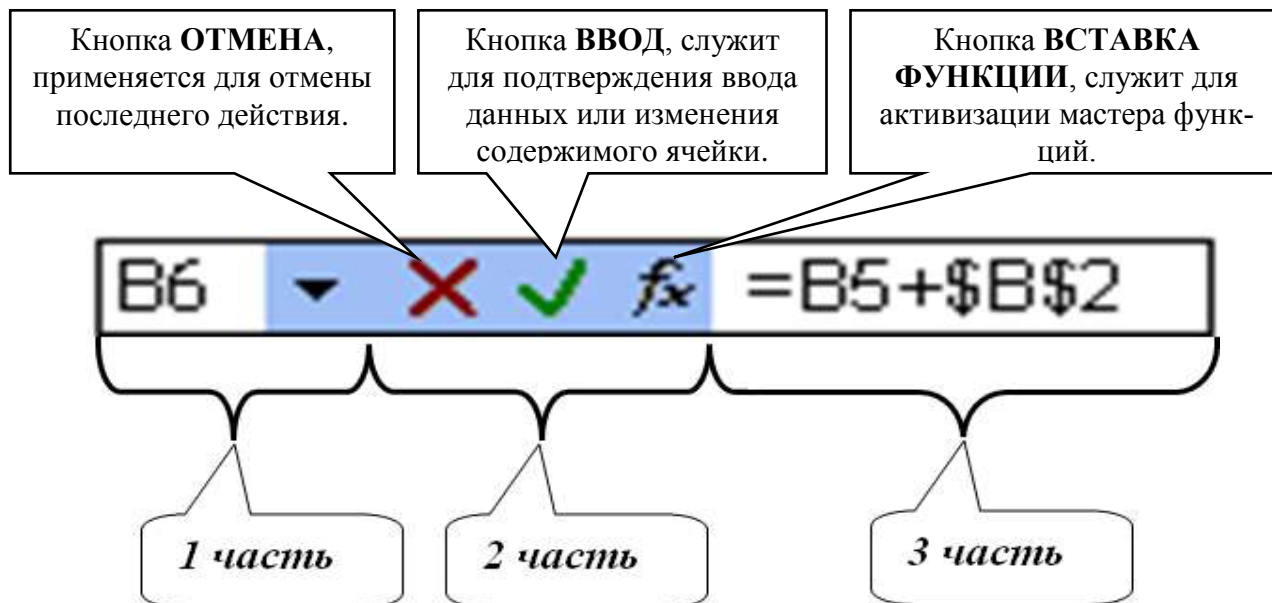


Рис. 1.2. Строка формул

1 часть – содержит адрес текущей ячейки;

2 часть – состоит из трех кнопок, которые появляются при вводе и редактировании;

3 часть – строка ввода и редактирования, в ней появляется информация, которая будет помещена в ячейку после нажатия клавиши **Enter**, а если вводилась формула, то в ячейке будет отражен результат.

В нижней части окна программы находится **строка состояния**, в которой отображаются следующие сообщения:

- 1) **Готово** – режим ожидания набора данных или команд.
- 2) **Ввод** – ввод данных.
- 3) **Правка** – режим редактирования данных, переход к которому осуществляется двойным щелчком левой кнопки мыши или нажатием клавиши **F2**.

1.3 ВВОД, РЕДАКТИРОВАНИЕ И ФОРМАТИРОВАНИЕ ДАННЫХ

Отдельная ячейка может содержать данные, относящиеся к одному из трех типов: **текст**, **число** или **формула**.

Тип данных, размещаемых в ячейке, определяется автоматически.

Текстовые данные представляют собой строку текста произвольной длины. Ячейка, содержащая текстовые данные не может быть использована в вычислениях. Текстовые данные при вводе выравниваются по левому краю.

Числовые данные – это одно число, вводимое в ячейку. Эти ячейки могут использоваться в вычислениях. Числа автоматически выравниваются по правому краю.

Формула – это арифметическое или логическое выражение, содержащее константы, операторы, ссылки, функции, имена диапазонов. Ввод формулы всегда начинается со знака =.

Ввод данных осуществляется непосредственно в текущую ячейку или в строку формул. Место ввода отмечается текстовым курсором.

Ввести данные в ячейку можно несколькими способами, например:

- ◆ сделать ячейку активной, т.е. поместить курсор в нужную ячейку и один раз щёлкнуть левой клавишей мыши;
- ◆ ввести данные с клавиатуры;
- ◆ нажать клавишу **Enter**.

или

- ◆ сделать двойной щелчок мышью на нужной ячейке;
- ◆ ввести данные с клавиатуры;
- ◆ нажать клавишу **Enter**.

Редактировать данные можно также несколькими способами, например:

- ◆ для замены одних данных в ячейке другими следует сделать её активной и ввести новые данные.

или

- ◆ сделать активной ячейку;
- ◆ выполнить двойной щелчок на редактируемой ячейке и изменить данные.

или

- ◆ сделать активной ячейку;
- ◆ нажать клавишу **F2** и изменить данные.

или

- ◆ сделать активной ячейку;
- ◆ сделать щелчок в строке формул и изменить данные.

Для **удаления** содержимого ячейки или диапазона ячеек необходимо выделить очищаемую ячейку или диапазон ячеек и нажать клавишу **Delete**.

Excel позволяет выравнивать текст и числа в ячейках, как по горизонтали (влево, вправо, по центру), так и по вертикали (по верхнему краю, посередине, нижнему краю). Кроме того, пользователь может управлять углом поворота текста и переносить слова в ячейке (рис. 1.3)

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Влево	Вправо		по центру			
2							
3	под углом						
4							
5	по нижнему краю	посередине	по верхнему краю			без переноса слов	
6							
7				с переносом слов			

Рис. 1.3. Типы выравнивания в ячейках электронной таблицы

Чтобы **выровнять** содержимое ячейки или диапазона ячеек надо:

- ♦ выделить ячейку или диапазон ячеек;
- ♦ выполнить команду **Формат - Ячейки**. На экране отобразится диалоговое окно **Формат ячеек** (рис. 1.4)

Используя элементы управления вкладки **Выравнивание** можно установить то выравнивание, которое необходимо.

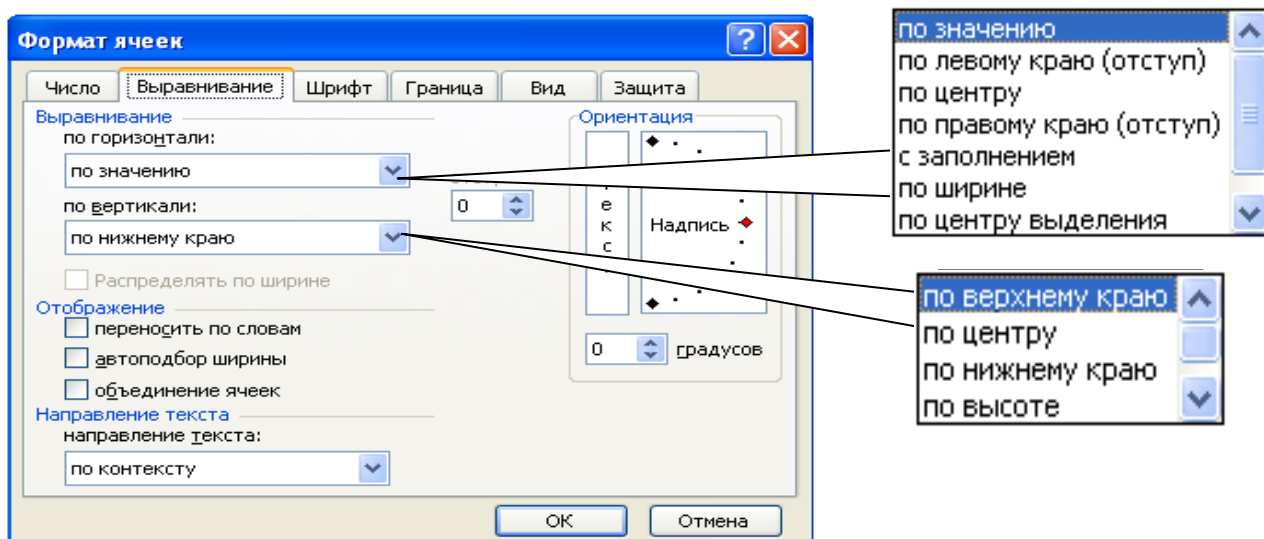


Рис. 1.4. Диалоговое окно **Формат ячеек** вкладка **Выравнивание**

Визуально человеку проще работать с теми данными, которые представлены в отформатированном виде. Для того чтобы **отформатировать** данные по любому формату, имеющемуся в Excel необходимо:

- ♦ выделить ячейку или диапазон ячеек, подлежащих форматированию;
- ♦ выполнить команду **Формат - Ячейки**. Откроется диалоговое окно **Формат ячеек** (рис. 1.5);
- ♦ выбрать вкладку **Число** и установить тот тип формата, который вам нужен.

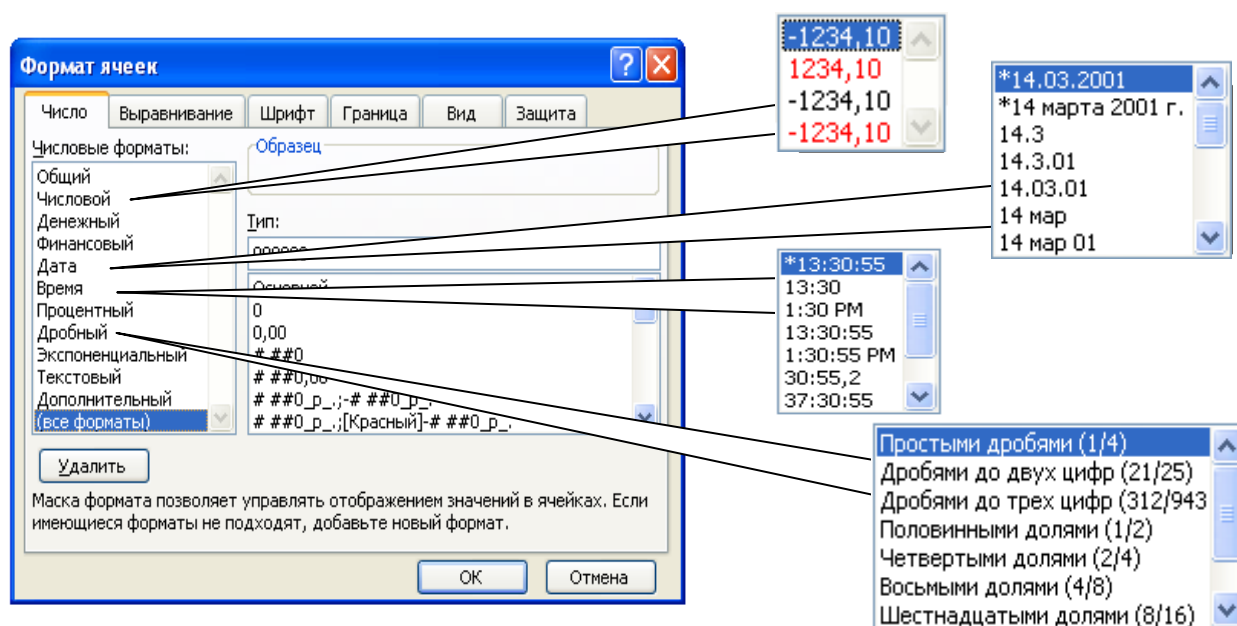


Рис. 1.5. Диалоговое окно **Формат ячеек** вкладка **Число**

Таблица 1.1. Основные типы форматов

Формат	Описание
Общий	Этот формат принят по умолчанию
Числовой	Число отображается с заданным количеством десятичных знаков после запятой
Денежный	После изображения числа может помещаться знак валюты
Финансовый	Отличается от денежного вынесением знака минус для отрицательных чисел в крайнюю левую позицию ячейки
Дата	Эта категория позволяет вывести дату по одному из пятнадцати форматов
Время	Эта категория позволяет вывести время по одному из восьми форматов
Процентный	Этот формат позволяет выводить число в виде процентов со знаком % и определять количество выводимых знаков после десятичной точки
Дробный	Дробный формат используется для представления чисел в виде смешанного числа
Экспоненциальный	В этом формате число представляется в виде $mE\pm p$, где m – мантисса числа, E – символ, обозначающий основание десятичной системы счисления, p – порядок числа, например число $5,34 \cdot 10^{25}$ записывается как $5.34E+25$
Текстовый	Применение этого формата к числовому значению позволяет рассматривать его как текст
Дополнительный	Дополнительный формат предназначен для работы с почтовыми индексами, телефонными номерами, адресами
Все форматы	Эта категория позволяет создавать пользовательские форматы

1.4. АДРЕСАЦИЯ ЯЧЕЙКИ

На активном рабочем листе одна ячейка является активной. Каждая ячейка на активном рабочем листе определяется своим *адресом* (или *ссылкой на ячейку*), например, **A1**. Этот стиль ссылок так и называется – **A1**.

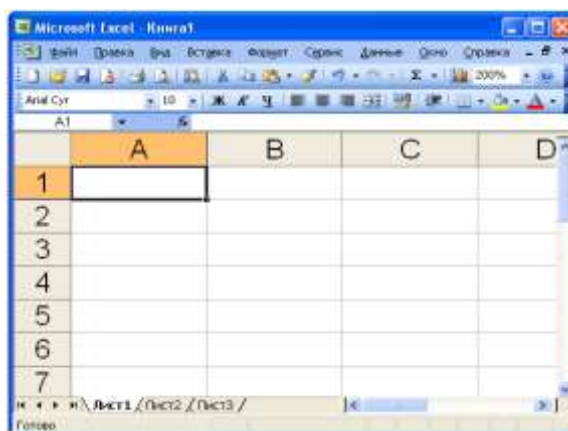


Рис. 1.6. Адресация в *стиле A1*

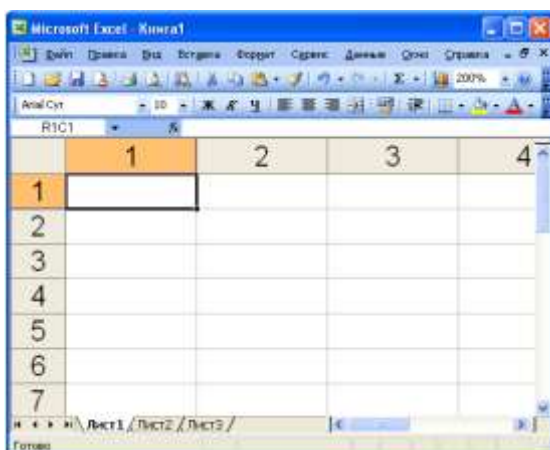


Рис. 1.7. Адресация в *стиле R1C1*

MS Excel поддерживает и другую систему адресации (стиль ссылок) – **R1C1** (рис. 1.7), когда нумеруются как строки, так и столбцы (можно установить командой **Сервис – Параметры – вкладка Общие – флажок Стиль ссылок R1C1**). В этой системе адресации, например, активная ячейка с адресом **R4C3** означает «четвертая строка, третий столбец».

ГЛАВА 2. ФОРМУЛЫ И ФУНКЦИИ MICROSOFT EXCEL

2. 1. РАБОТА С ФОРМУЛАМИ

Вычисления в таблицах программы Excel осуществляются при помощи формул. Формула может содержать числовые константы, ссылки на ячейки и функции Excel, соединенные знаками математических операций. Скобки позволяют изменять стандартный порядок выполнения действий. Если ячейка содержит формулу, то на рабочем листе отображается результат вычисления этой формулы. Если сделать ячейку текущей, то сама формула отображается в строке формул.

При вычислении формулы используется порядок действий, принятый в математике. Для его изменения можно применять круглые скобки. Знаки операций, которые допускается использовать в формулах, приведены в табл. 2.1. Операции представлены в порядке уменьшения их приоритета.

Таблица 2.1. *Арифметические и логические операции*

Знак	Операция
%	Взятие процента
^	Возведение в степень
*	Умножение
/	Деление
+	Сложение
-	Вычитание
=	Равно
<	Меньше
>	Больше
<=	Меньше или равно
>=	Больше или равно
<>	Не равно

Так как таблицы часто содержат повторяющиеся или однотипные данные, программа Excel содержит **средства автоматизации ввода**. К числу предоставляемых средств относятся: *автозавершение*, *автозаполнение числами* и *автозаполнение формулами*.

Для автоматизации ввода текстовых данных используется метод **автозавершения**. Его применяют при вводе в ячейки текстовых строк, среди которых есть повторяющиеся. В ходе ввода текстовых данных в ячейку программа Excel проверяет соответствие введенных символов строкам, имеющимся в этом столбце выше. Если обнаружено однозначное совпадение, введенный текст автоматически дополняется. Нажатие клавиши **Enter** подтверждает операцию

автозавершения, в противном случае ввод можно продолжать, не обращая внимания на предлагаемый вариант.

При работе с числами используется метод **автозаполнения числами**. В правом нижнем углу рамки текущей ячейки имеется черный квадратик – *маркер заполнения*. При наведении на него указатель мыши (он обычно имеет вид толстого белого креста) приобретает форму тонкого черного крестика. Перетаскивание маркера заполнения рассматривается как операция «размножения» содержимого ячейки в горизонтальном или вертикальном направлении.

Если ячейка содержит число (в том числе дату, денежную сумму), то при перетаскивании маркера происходит копирование ячеек или их заполнение арифметической прогрессией. Для выбора способа автозаполнения следует производить специальное перетаскивание с использованием правой кнопки мыши.

Пусть, например, ячейка A1 содержит число 1. Наведите указатель мыши на маркер заполнения, нажмите правую кнопку мыши и перетащите маркер заполнения так, чтобы рамка охватила ячейки A1, B1 и C1, и отпустите кнопку мыши. Если теперь выбрать в открывшемся меню пункт **Копировать ячейки**, все ячейки будут содержать число 1. Если же выбрать пункт **Заполнить**, то в ячейках окажутся числа 1, 2 и 3.

Чтобы точно сформулировать условия заполнения ячеек, следует дать команду **Правка – Заполнить – Прогрессия**. В открывшемся диалоговом окне Прогрессия выбирается тип прогрессии, величина шага и предельное значение. После щелчка по кнопке **ОК** программа Excel автоматически заполняет ячейки в соответствии с заданными правилами.

Автозаполнение формулами. В ходе автозаполнения во внимание принимается характер ссылок в формуле: относительные ссылки изменяются в соответствии с относительным расположением, абсолютные остаются без изменений.

Например, вычислить функцию $y=2x+1,5x^3$ если $x \in [1, 2]$, $\Delta x=0,2$. Значения переменной x вводятся способом автозаполнения (см. рис. 2.1).

	A3	fx 1
	A	B
1	Вычисление функции y	
2	x	y
3	1	
4	1,2	
5		
6		
7		
8		
9		2
10		

Рис. 2.1. Автозаполнение числами

В ячейку **B3** введена формула для вычисления функции y , которая отображена в строке формул на рис. 2.2.

В диапазон ячеек **B4:B8** формула введена способом автозаполнения.

B3		fx =2*A3+1,5*A3^3		
	A	B	C	D
1	Вычисление функции y			
2	x	y		
3	1	3,5		
4	1,2	5,0		
5	1,4	6,9		
6	1,6	9,3		
7	1,8	12,3		
8	2	16,0		

Рис. 2.2. Пример вычисления формулы, включающей арифметические операции

Формула с операторами сравнения дает в результате логическое значение **Истина** или **Ложь**.

Например, вычислить функцию $z = 1 + x + \frac{x^5}{y}$ если $x > y$.

Для вычисления функции **z** используется Логическая функция **ЕСЛИ()**.

C2		fx =ЕСЛИ(A2>B2;1+A2+A2^5/B2)				
	A	B	C	D	E	F
1	x	y	z			
2	1,2	2,4	ЛОЖЬ			

Рис. 2.3. Пример вычисления формулы с операторами сравнения

При работе с текстовыми данными можно использовать знак конкатенации (&), задающий операцию соединения строк. На рис. 2.4 с помощью знака & в ячейке **D2** формируется строка, содержащая фамилию и имя, разделенные символом пробела. Строковая константа задаётся путём заключения её в двойные кавычки. В данном случае строковая константа – пробел. Заданная для ячейки формула отображается в строке формул.

D2		fx =B2&" "&C2		
	A	B	C	D
1				
2		Виктор	Зарудный	Виктор Зарудный

Рис. 2.4. Пример формулы с текстовыми данными

В формулах применяются также адресные операции. Для их обозначения используются знаки табл. 2.2.

Таблица 2.2. Адресные операции

Знак	Операция
:	Служит разделителем границ диапазона (например, B3:D10)
;	Обозначает объединение диапазонов или несмежных ячеек (например, B3; D10)
Пробел	Задаёт пересечение диапазонов (например, запись A3:F5 D1:F6 определяет диапазон D3:F5)

Относительные и абсолютные ссылки на ячейки

Формула может содержать ссылки.

Ссылка – это способ (формат) указания адреса ячейки. Ссылки указывают на то, в каких ячейках находится значение, которое нужно применить в качестве аргументов формулы. Формулы могут содержать ссылки на другие листы рабочей книги и даже на другие книги. Создавая такие ссылки, нужно придерживаться определенных правил, иначе не избежать появления ошибок при вычислениях. В ссылке на другой лист имя листа указывается перед адресом ячейки и отделяется от него восклицательным знаком, например: Лист1!E5.

Ссылка на ячейку другой рабочей книги (внешняя ссылка) создается аналогичным образом. Во время ввода формулы во второй рабочей книге следует активизировать окно первой рабочей книги и выбрать ячейку, на которую нужно создать ссылку. Во внешней ссылке, помимо имени листа и адреса ячейки, указывается имя рабочей книги, которое заключается в квадратные скобки: [имя_книги.xls]имя_листа!E5.

Ссылка на ячейку в формуле может быть относительной, абсолютной или смешанной.

Относительная ссылка – это изменяющийся при копировании и перемещении формулы адрес ячейки, содержащий исходные данные. Относительные ссылки создаются по умолчанию. **Относительная ссылка** автоматически обновляется в случае копирования и перемещения формулы из одной ячейки в другие. Например, формула =A1+B1*C1 содержит относительные ссылки и при копировании формулы адреса A1, B1, C1 автоматически изменятся в соответствии с относительным расположением исходной ячейки.

Абсолютная ссылка – это не изменяющийся при копировании и перемещении формулы адрес ячейки, содержащий исходные данные. В качестве признака абсолютной ссылки в адресе используется знак \$. Различают:

- *полную абсолютную ссылку* (знак \$ ставится и перед именем столбца, и перед номером строки, например \$A\$1). В этом случае при копировании и перемещении адрес ячейки не меняется;
- *смешанную абсолютную ссылку* (знак \$ ставится либо перед номером строки, либо перед именем столбца, например A\$1 или \$A1). В данном случае при копировании и перемещении неизменной остается только одна из координат.

Например, формула =\$A\$1+\$B1*C\$1 содержит полную абсолютную ссылку в адресе A1 и смешанную абсолютную ссылку в адресах B1 и C1.

Для быстрого изменения типа адресации в формулах используется функциональная клавиша **F4**.

Ввод каждой формулы завершается нажатием клавиши **Enter**, после чего в ячейке появляется результат вычислений.

Результатом вычисления формулы, включающей арифметические операции, является числовое значение.

В таблице 2.3 приведены правила обновления ссылок при автозаполнении (копировании) вдоль строки или вдоль столбца.

Таблица 2.3. Правила обновления ссылок при автозаполнении

Ссылка в исходной ячейке	Ссылка в следующей ячейке	
	При заполнении вправо	При заполнении вниз
A1 (относительная)	B1	A2
\$A1 (абсолютная по столбцу)	\$A1	\$A2
A\$1 (абсолютная по строке)	B\$1	A\$1
\$A\$1 (абсолютная)	\$A\$1	\$A\$1

Для редактирования формулы следует дважды щелкнуть на соответствующей ячейке. При этом ячейки (диапазоны), от которых зависит значение формулы, выделяются на рабочем листе цветными рамками, а сами ссылки отображаются в ячейке и в строке формул тем же цветом. Это облегчает редактирование и проверку правильности формул.

2.2. ОШИБКИ В ФОРМУЛАХ И ОТСЛЕЖИВАНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Если при задании формулы была допущена ошибка, результатом ее вычисления в ячейке будет значение ошибки (рис. 2.5). Первый символ ошибки в MS Excel представляет собой символ #, за которым следует текст. Текст значения ошибки может завершаться восклицательным знаком или знаком вопроса.

E3		fx =D3/D8			
	A	B	C	D	E
1	Артикул	Цена	Количество	Стоимость	Процент
2	Ручка	25	4	100	2,61%
3	Ластик	15	5	75	#ДЕЛЮ!
4	Маркер	35	2	70	#ДЕЛЮ!
5	Карандаш	20	7	140	#ДЕЛЮ!
6	Бумага	150	23	3450	#ДЕЛЮ!
7	Итого		41	3835	

Рис. 2.5. Пример ошибки при задании формулы – деление на ноль

Для облегчения поиска ошибок можно включить режим отображения в ячейках формул вместо результата, используя команду программного меню **Сервис – Параметры – вкладка Вид – область Параметры окна – установить $\sqrt{\text{Формулы}}$** .

Для поиска ошибок в MS Excel существует вспомогательная функция - *отслеживание зависимостей*, с помощью которой можно графически представить на экране связи между влияющими и зависимыми ячейками. Ячейка является *зависимой*, если она содержит формулу со ссылкой на активную ячейку. *Влияющей* называется ячейка, на которую ссылается формула в активной ячейке.

Для отслеживания зависимостей, т.е. для графического представления влияющих и зависимых ячеек, используют команду программного меню **Сервис – Зависимости**. Облегчить работу с функцией отслеживания зависимостей можно с помощью панели **Зависимости** (рис. 2.6), которая устанавливается коман-

дой Сервис - Зависимости - Панель зависимостей.

В случае если в ячейке появилось значение ошибки, можно попробовать установить возможную причину с помощью команды Сервис – Зависимости – Источник ошибки (стрелки укажут ячейки с ошибками).

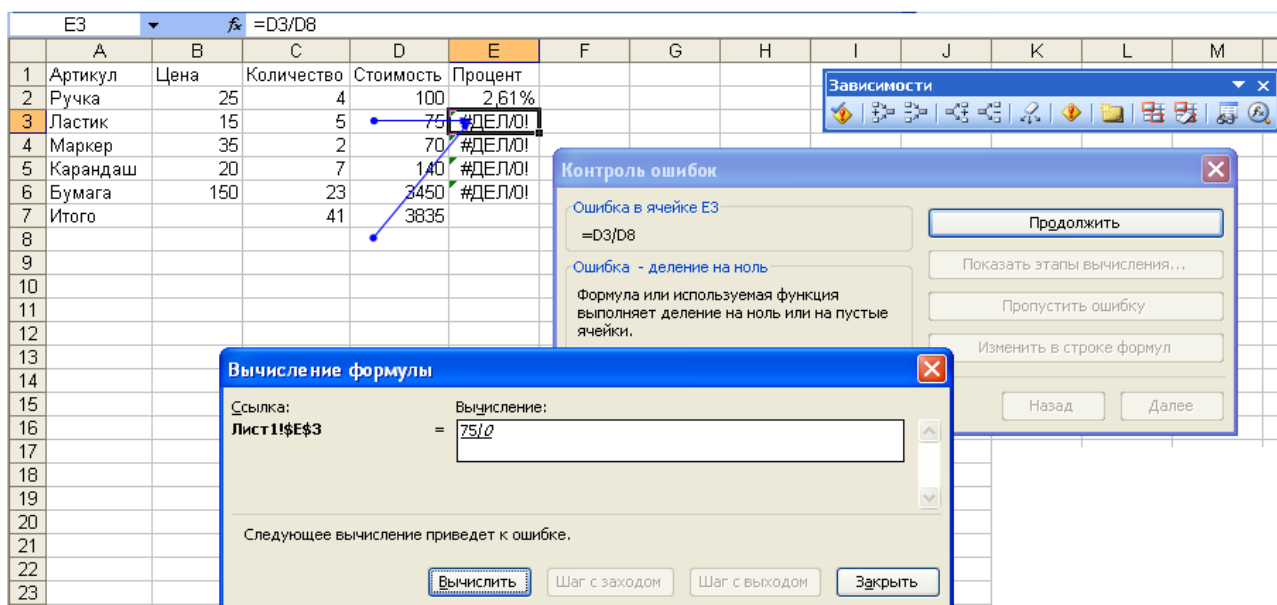


Рис. 2.6. Использование панели инструментов Зависимости

Если формула введена с ошибками или вычисление результата по формуле невозможно, то в ячейке появляется сообщение об ошибке (табл. 2.4).

Таблица 2.4. Сообщения об ошибках в формуле

Текст сообщения	Возможная причина	Способ устранения
#ДЕЛ/0!	Деление на ноль	Проверить содержимое влияющей ячейки
#ССЫЛКА!	Указана некорректная ссылка	Проверить ссылки, особенно внешние: правильно ли указан путь, не был ли переименован файл, лист и т.д.
#ЧИСЛО!	Невозможность вычисления значений	Проверить правильность задания аргументов функции
#ПУСТО!	Неверно указано пересечение диапазонов ячеек (нет общих ячеек)	Задать правильно диапазон ячеек
#ЗНАЧ!	Задан аргумент недопустимого типа	Уточнить типы аргументов для применяемой функции
#ИМЯ?	Указано недопустимое имя операнда (например, функции или диапазона)	Проверить правильность написания имен
#Н/Д	Нет данных в ячейке, на которую сделана ссылка	Проверить содержимое влияющей ячейки
#####	Данные не помещаются в ячейку по ширине	Следует увеличить ширину столбца

2.3. ФУНКЦИИ

Excel располагает большим количеством встроенных функций.

Функции – заранее определенные формулы, которые выполняют вычисления по заданным величинам, называемым аргументами, и в указанном порядке. Эти функции позволяют выполнять как простые, так и сложные вычисления.

Стандартные функции используются в программе Excel только в формулах.

Все используемые в Excel функции в зависимости от их назначения делятся на десять категорий. Перечень этих категорий с указанием операций, которые выполняют относящиеся к ним функции приведен в табл. 2.5.

Таблица 2.5. *Функции в Excel**

Категория	Назначение функций
<i>Финансовые</i>	Вычисляют процентные ставки, ежемесячные отчисления, амортизационные отчисления
<i>Дата и время</i>	Возвращают в различных форматах день недели, время
<i>Математические тригонометрия</i>	Выполняют все математические действия, определяют абсолютные величины, косинусы, логарифмы и т.д.
<i>Статистические</i>	Вычисляют средние значения, наибольшее и наименьшее числа в диапазоне, коэффициенты распределения Стьюдента; тестируют на предмет независимости выборок
<i>Ссылки и массивы</i>	Вычисляют и возвращают значения из диапазона; создают гиперссылки для web-документов
<i>Работа с базой данных</i>	Выполняют различного рода анализ данных, находящихся в списках или базах данных
<i>Текстовые</i>	Преобразуют регистр текста, обрезают символы с правого или левого конца текстовой строки, объединяют текстовые строки
<i>Логические</i>	Вычисляют выражения и возвращают значения ИСТИНА или ЛОЖЬ, которые используются при выполнении другого действия или форматирования
<i>Информационные</i>	Возвращают в Windows информацию о текущем статусе ячейки, объекта или среды
<i>Инженерные</i>	Выполняют операции с комплексными переменными, преобразования из одной системы счисления в другую и т.д.

Вызов функции состоит в указании в формуле имени функции, после которого в скобках указывается список параметров. Отдельные параметры разделяются в списке точкой с запятой. В качестве параметра может использоваться

* Если нужная функция недоступна, следует установить надстройку Пакет анализа (Сервис – Надстройки... – Пакет анализа)

число, адрес ячейки или произвольное выражение, для вычисления которого также могут использоваться функции.

В режиме ввода формулы в левой части строки формул появляется раскрывающийся список функций. Он содержит десять функций, которые использовались последними, а также пункт *Другие функции*.

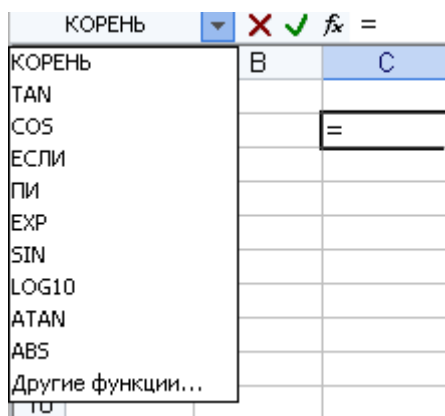



Рис. 2.7. Строка формул со списком недавно использовавшихся функций

При выборе пункта *Другие функции* запускается *Мастер функций* (рис. 2.8). Открыть это окно можно и другим способом, а именно нажав кнопку  (Вставка функции) строки формул или вызвав команду **Вставка – Функция...**

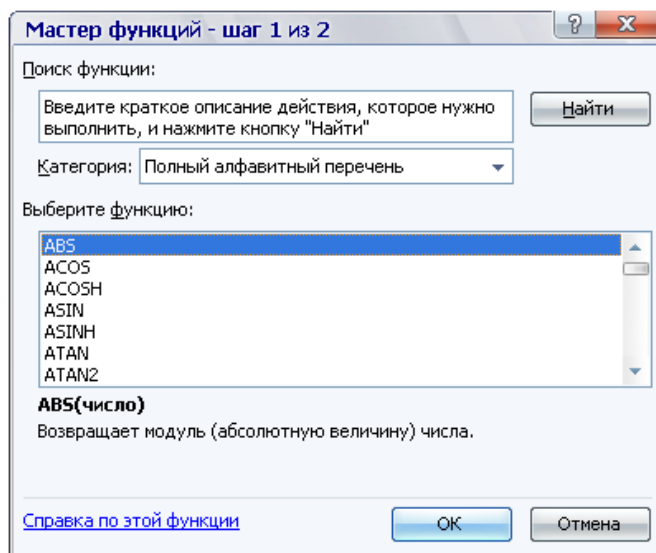


Рис. 2.8. Диалоговое окно *Мастер функций*

Все функции Excel сгруппированы по категориям, имена которых отображаются в списке *Категория*. В поле **Выберите функцию** отображается перечень функций выбранной категории. Если в списке категорий указан **Полный алфавитный перечень**, все функции в перечне приведены в алфавитном порядке. В нижней части окна дается краткое описание выделенной функции и приводится ее синтаксис. Если этих данных недостаточно, необходимо щелк-

нуть по ссылке **Справка** по этой функции или нажать клавишу **F1**, на экране появится окно справочной системы с более полной информацией.

Если неизвестно название требуемой функции, ее можно найти, введя в поле **Поиск функции** краткое описание выполняемых ею действий и нажав кнопку **Найти**, после чего появится список всех подходящих функций.

Выбрав нужную функцию, следует щелкнуть по кнопке **OK**, откроется диалоговое окно **Аргументы функции**, одновременно с этим имя функции заносится в строку формул вместе со скобками, ограничивающими список параметров. Текстовый курсор устанавливается между этими скобками.

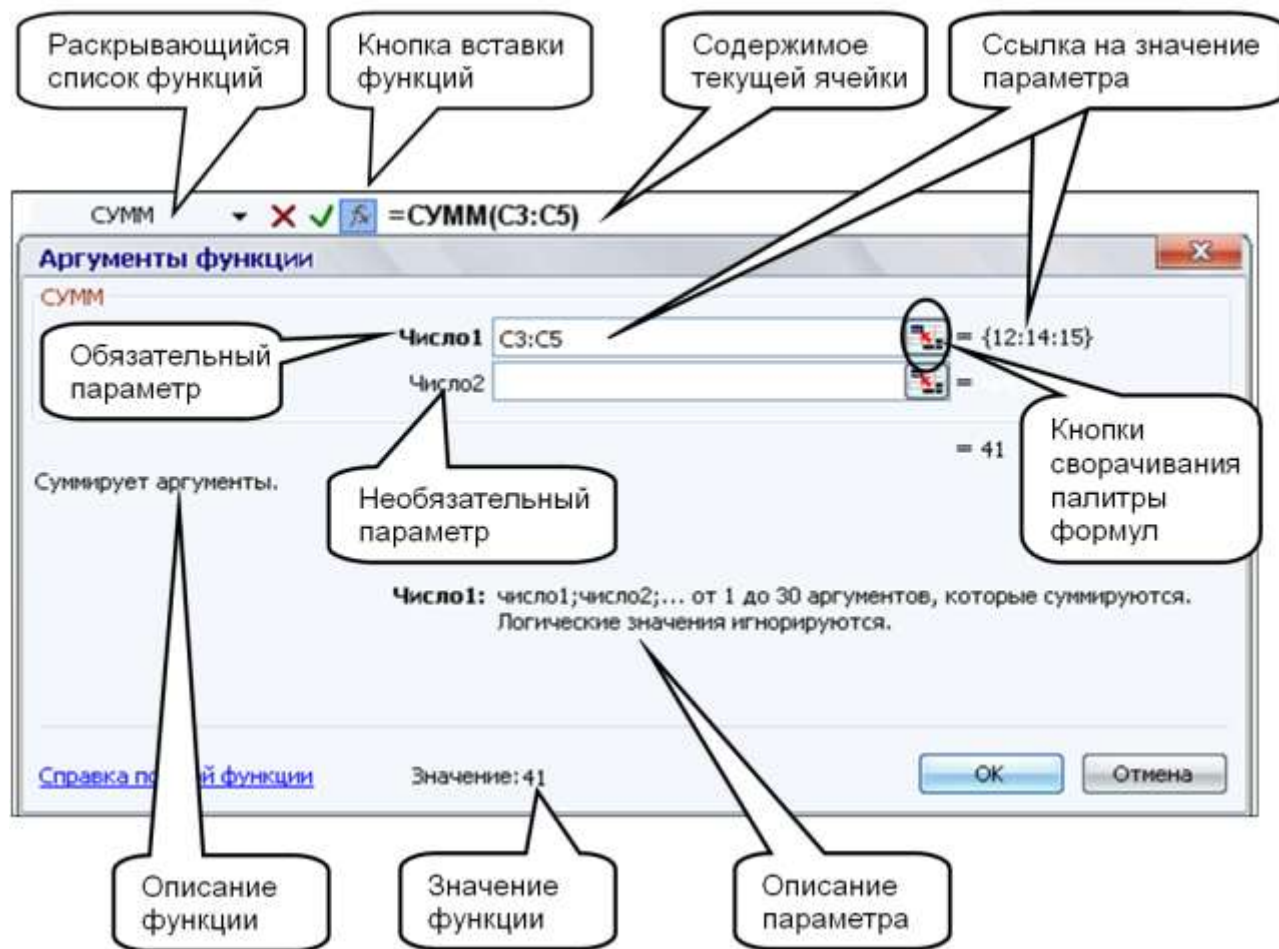


Рис. 2.9. Строка формул и диалоговое окно **Аргументы функции**

Если название параметра указано полужирным шрифтом, параметр является *обязательным* и соответствующее поле должно быть заполнено. Параметры, названия которых приводятся обычным шрифтом, можно опускать. В нижней части диалогового окна приводится краткое описание функции, а также назначение изменяемого параметра. Здесь также можно увидеть значение функции, вычисленное при заданных значениях параметров.

Ссылки на ячейки, используемые в качестве параметров функции, также могут быть относительными или абсолютными, что учитывается при копировании формул методом автозаполнения.

ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛ И ФУНКЦИЙ

3.1. ЗАДАЧИ ОБЩЕГО СВОЙСТВА

Возможности MS Excel удобно использовать для решения различных математических, физических, экономических и других задач. Достаточно правильно расположить информацию на рабочем листе, т. е. подготовить начальные данные и определиться с местом расположения результата, а также ввести необходимые формулы для расчетов.

Создание сложных формул связано, как правило, с использованием встроенных логических функций MS Excel (табл. 3.1).

Таблица 3.1. Логические функции MS Excel

Функция	Описание
ЕСЛИ (лог_выражение; значение_если_истина; значение_если_ложь)	Логическое ветвление (допускает до 7 вложений): лог_выражение - любое значение или выражение, принимающее значения ИСТИНА или ЛОЖЬ; значение_если_истина - значение, которое возвращается, если лог_выражение равно ИСТИНА; значение_если_ложь - значение, которое возвращается, если лог_выражение равно ЛОЖЬ.
И (логическое_значение1; логическое_значение2; ...)	Логическое умножение: возвращает значение ИСТИНА, если все аргументы имеют значение ИСТИНА; возвращает значение ЛОЖЬ, если хотя бы один аргумент имеет значение ЛОЖЬ.
ИЛИ (логическое_значение1; логическое_значение2; ...)	Логическое сложение: возвращает значение ИСТИНА, если хотя бы один из аргументов имеет значение ИСТИНА; возвращает ЛОЖЬ, если все аргументы имеют значение ЛОЖЬ.
НЕ (логическое_значение)	Логическое отрицание: меняет на противоположное значение своего аргумента.



Задание.

На плоскости заданы координаты точек (рис. 3.1).

Определить, сколько заданных точек принадлежит области, определенной со-

вокупностью двух систем неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ x^2 + y^2 \geq 9 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq -x - 10 \\ x \geq -10 \\ y \geq -10 \end{cases}$$



Технология выполнения задания.

1. Ввести заголовок и элементы первоначального массива как представлено на рисунке 3.1. В соответствующие ячейки рабочего листа ввести необходимые подписи для данных:

Ячейка	Вводимая информация
A1	<i>Подсчет точек, принадлежащих заданной области</i>
A3:B3	<i>Заданный массив точек на плоскости</i>
A4	<i>x</i>
B4	<i>y</i>
D4	<i>Точки, принадлежащие диапазону</i>
A5:B19	(Диапазон зависит от количества точек) – координаты заданных точек
A21	<i>Общее количество точек, принадлежащих диапазону</i>

2. В соответствии с заданными неравенствами сформировать формулу для определения принадлежности точки, удовлетворяющей хотя бы первой или второй группе неравенств, причем в случае положительного результата значению ячейки присваивается 1.

В ячейку **C5** ввести формулу:

=ЕСЛИ(ИЛИ(И(A5^2+B5^2<=25;A5^2+B5^2>=9);И(B5<=(-A5)-10;B5>=-10));1;0)

3. Скопировать формулу в диапазон ячеек **C6:C19**. Для этого установить курсор в ячейку **C5**, подвести указатель мыши к маркеру заполнения (к правому нижнему углу ячейки) и когда курсор примет вид +, нажать левую кнопку мыши и протащить указатель до ячейки **C19**.
4. Для организации текстовой подписи принадлежности ввести в ячейку **D5** формулу: = ЕСЛИ(C5=1;"данная точка принадлежит диапазону");).
5. Скопировать формулу в диапазон ячеек **D6:D19**.
6. В ячейку **C21** ввести формулу: = СУММ(C5:C19).

7. При необходимости отформатировать ячейки с данными и текстом, используя соответствующие кнопки панели инструментов *Форматирование*.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<i>Подсчет точек, принадлежащих заданной области</i>						
2							
3	<i>Заданный массив точек на плоскости</i>						
4	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Точки, принадлежащие диапазону</i>				
5	3	2	1	данная точка принадлежит диапазону			
6	4	5	0	0			
7	-10	0	1	данная точка принадлежит диапазону			
8	0	10	0	0			
9	3	9	0	0			
10	-1	-2	0	0			
11	6	9	0	0			
12	23	14	0	0			
13	-12	20	0	0			
14	-9	-12	0	0			
15	1	2	0	0			
16	3	3	1	данная точка принадлежит диапазону			
17	1	4	1	данная точка принадлежит диапазону			
18	7	0	0	0			
19	-9	-8	1	данная точка принадлежит диапазону			
20							
21	<i>Общее количество точек, принадлежащих диапазону</i>		5				

Рис. 3.1. Принадлежность точек заданной области



Задание

Для заданного диапазона целых чисел (рис. 3.2) определить количество чисел, кратных 3.



Технология выполнения задания.

1. В соответствующих ячейках рабочего листа добавить необходимые подписи для данных и заданный диапазон чисел (рис. 3.2).
2. В ячейку **B4** ввести формулу: =ЕСЛИ(ОСТАТ(A4;3)=0;1;0) которая далее копируется в диапазон ячеек **B5:B20**.
3. В ячейку **C4** (соответственно в диапазон **C4:C20**) ввести формулу: =ЕСЛИ(B4=1;"Данная точка делится без остатка на 3").
4. В ячейку **C22** ввести формулу: =СУММ(B4:B20).
5. При необходимости можно отформатировать ячейки с данными и текстом, используя соответствующие кнопки панели инструментов *Форматирование*.
Результат поиска точек, кратных 3, представлен на рис. 3.2.

	A	B	C	D	E	F
1	Количество чисел, кратных 3					
2						
	Заданный диапазон чисел		Деление точки на 3			
3						
4	2	0	ЛОЖЬ			
5	-7	0	ЛОЖЬ			
6	89	0	ЛОЖЬ			
7	4	0	ЛОЖЬ			
8	67	0	ЛОЖЬ			
9	76	0	ЛОЖЬ			
10	-987,0	1	Данная точка делится без остатка на 3			
11	45,0	1	Данная точка делится без остатка на 3			
12	12234	1	Данная точка делится без остатка на 3			
13	4576893	1	Данная точка делится без остатка на 3			
14	546	1	Данная точка делится без остатка на 3			
15	99	1	Данная точка делится без остатка на 3			
16	27	1	Данная точка делится без остатка на 3			
17	-18	1	Данная точка делится без остатка на 3			
18	32	0	ЛОЖЬ			
19	56	0	ЛОЖЬ			
20	132	1	Данная точка делится без остатка на 3			
21						
22	Общее количество точек, кратных 3			9		

Рис. 3.2. Определение точек кратных 3

Использование функций разветвляющейся структуры



Задание .

$$\text{Для функции } g = \begin{cases} z\sqrt[3]{x+1}, & \text{если } x \leq y \\ \frac{3y}{\sqrt{x} + \ln z}, & \text{если } x > y \end{cases}$$

Вычислить значения функции в Excel при $x_1=0,76$; $y_1=0,92$; $z_1=0,68$
 $x_2=3,24$; $y_2=0,92$; $z_2=0,68$



При решении задач разветвляющейся структуры в MS Excel используют функцию **ЕСЛИ**. Функция **ЕСЛИ** используется для проверки значений формул и организации переходов в зависимости от результатов этой проверки. Синтаксис логической функции ЕСЛИ:

ЕСЛИ (лог_выражение; значение_если_истина; значение_если_ложь).

Функция **ЕСЛИ** возвращает значение_если_истина, если лог_выражение имеет значение истина, и значение_если_ложь – если лог_выражение имеет значение ложь.




Технология выполнения задания .

1. В ячейку **A1** ввести заголовок: **Нахождение значений функции $g(x,y,z)$** .
2. В ячейку **A2** ввести название переменной - **x**, в ячейку **B2** - **y**, **C2** – **z**, **D2** - **$g(x,y,z)$** . Ввести исходные данные см. рис. 3.3.

	A	B	C	D
1	Нахождение значений функции $g(x,y,z)$			
2	x	y	z	$g(x,y,z)$
3	0,76	0,92	0,68	
4	3,24	0,92	0,68	

Рис. 3.3. Ввод исходных данных

3. Установить курсор в ячейку **D3** для ввода логической функции, щелкнуть по кнопке  **Вставка функции** в строке формул.
4. В открывшемся диалоговом окне **Мастер функций** установить **Категория** – **Логические** (рис. 3.4), функция – **ЕСЛИ**, щелкнуть по кнопке **ОК**.

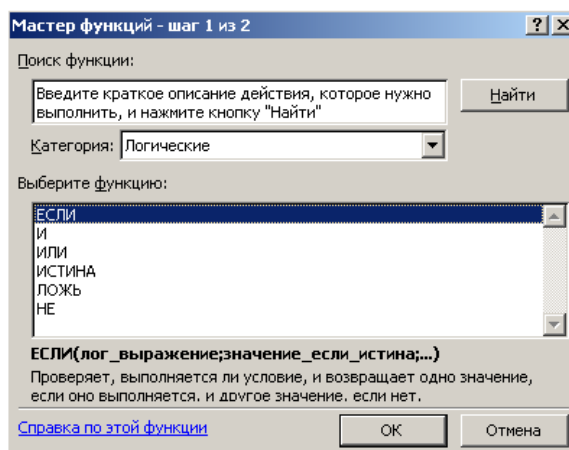


Рис. 3.4. Диалоговое окно **Мастер функций**

5. В диалоговом окне **Аргументы функции** (рис. 3.5) ввести формулу, используя встроенные функции MS Excel:

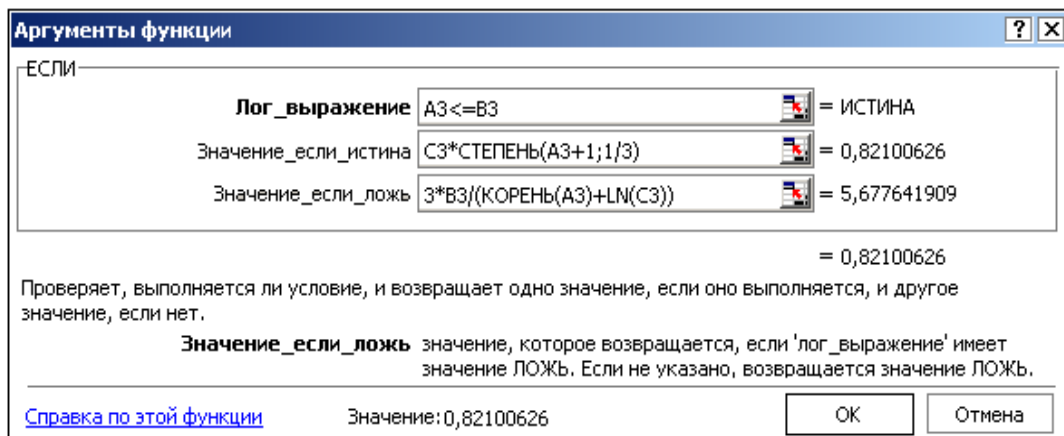


Рис. 3.5. Диалоговое окно *Аргументы функции*

6. После щелчка по кнопке **ОК** в ячейке **D3** появится результат вычислений, а в строке формул будет отображена формула:
 =ЕСЛИ(A3<=B3;C3*СТЕПЕНЬ(A3+1;1/3);3*B3/(КОРЕНЬ(A3)+LN(C3)))
7. Скопировать формулу в ячейку **D4**, используя способ автозаполнения.

	A	B	C	D
1	Нахождение значений функции g(x,y,z)			
2	x	y	z	g(x,y,z)
3	0,76	0,92	0,68	0,821006
4	3,24	0,92	0,68	1,951444

← строка формул

← маркер заполнения

Рис. 3.6. Результат решения задачи

Использование функций разветвляющейся структуры с циклом



Задание.

Вычислить значения функции Y, если $x \in [0; 1]$ $\Delta x = 0,1$ при $z = 0,8$; $a = -0,348$; $b = 0,778$; $c = 0,297$.

$$Y = \begin{cases} \operatorname{tg} x + \cos^2 z, & \text{если } x > z \\ ab \cdot \operatorname{arctg} x, & \text{если } x = z \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{arctg} x, & \text{если } x < z \end{cases}$$



Технология выполнения задания.

1. В ячейку **A1** ввести заголовок: **Нахождение значений функции $y=f(x)$** .
2. В ячейку **A2** ввести **x**, в ячейку **B2-z**, в **C2- a**, в ячейку **D2- b**, в **E2- c**, в **F2-y**.
3. Ввести исходные данные см. рис. 3.7.

	A	B	C	D	E	F
1	Нахождение значений функции $y=f(x)$					
2	x	z	a	b	c	y
3	0	0,8	-0,348	0,778	0,297	

Рис. 3.7. Ввод исходных данных

4. В диапазон ячеек **A4:A13** ввести значения переменной **x**: 0,1; 0,2; 0,3...1, используя способ автозаполнения.

В ячейку **F3** ввести формулу: **=ЕСЛИ(A3>B3;TAN(A3)+(COS(B3))^2; ЕСЛИ(A3<B3;TAN(A3)+C3*E3*A3;C3*D3*ATAN(A3)))**.

Для запрета изменения адреса ячеек **B3**, **C3**, **D3**, **E3** при копировании формулы, поставьте знак абсолютной адресации (знак **\$**), щелкнуть по адресам ячеек в строке формул, и нажать клавишу **F4**, закончив ввод формулы нажатием клавиши **Enter**.

Формула примет вид: **=ЕСЛИ(A3>\$B\$3;TAN(A3)+(COS(\$B\$3))^2; ЕСЛИ(A3<\$B\$3;TAN(A3)+\$C\$3*\$E\$3*A3;\$C\$3*\$D\$3*ATAN(A3)))**

Установить курсор в ячейку **F3**, подвести указатель мыши к маркеру заполнения этой ячейки и протащить его вниз до ячейки **F13**. В ячейках **F3: F13** получим значения функции **y** при соответствующих значениях аргумента.

	A	B	C	D	E	F
1	Нахождение значений функции $y=f(x)$					
2	x	z	a	b	c	y
3	0	0,8	-0,35	0,778	0,297	=ЕСЛИ(A3>\$B\$3;TAN(A3)+(COS(\$B\$3))^2;ЕСЛИ(A3<\$B\$3;TAN(A3)+\$C\$3*\$E\$3*A3;\$C\$3*\$D\$3*ATAN(A3)))
4	0,1					0,089999
5	0,2					0,182039
6	0,3					0,278329
7	0,4					0,381451
8	0,5					0,494624
9	0,6					0,622123
10	0,7					0,769939
11	0,8					-0,18268
12	0,9					1,745558
13	1					2,042808

Рис. 3.8. Результаты решения задания

Использование логических функций для представления периодических функций



Задание .

Построить график функции $y=f(x)$, представленный на рис. 3.9.

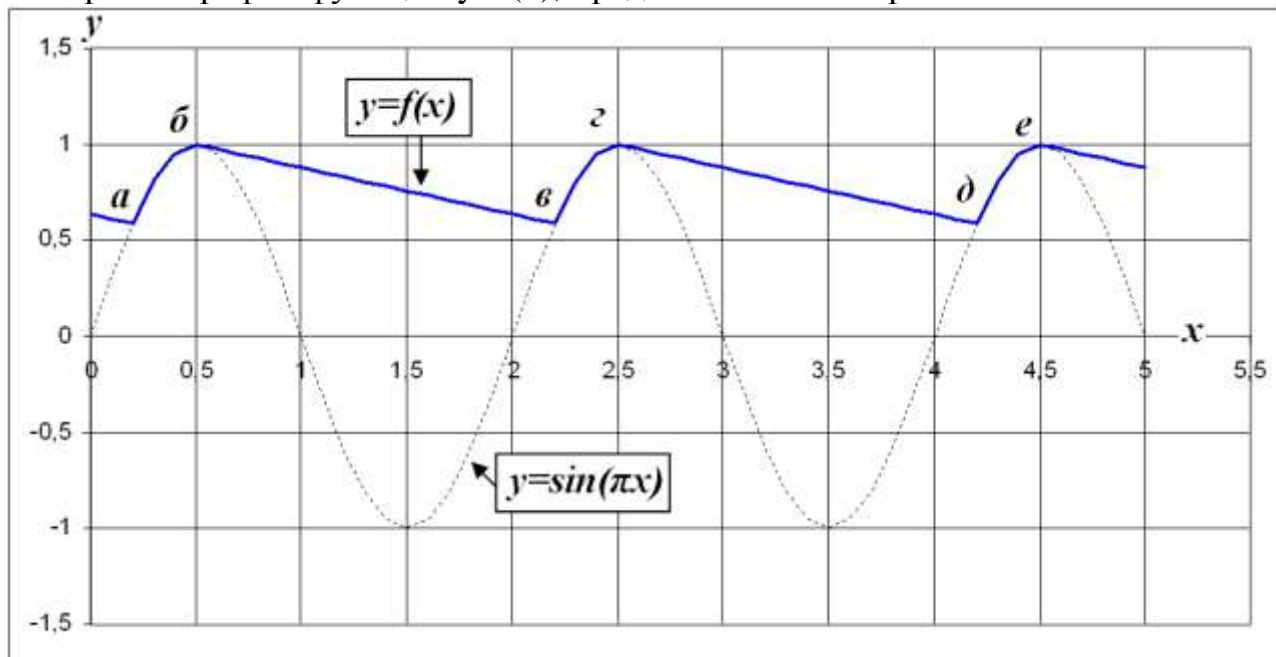


Рис. 3.9. Задание для построения графика функции

График, представленный на рис. 3.9, состоит из кусков: синусоиды (а-б; в-г; д-е) и отрезков (б-в; г-д...). (Примерно так же выглядит график после однополупериодного выпрямителя с ёмкостным сглаживающим фильтром).

1. Протабулировать* и построить графики синусоиды и ломаной, содержащей отрезки: б-в; г-д и т.д.
2. С помощью функции ЕСЛИ() построить окончательный график $y=f(x)$.



Технология выполнения задания .

1. В диапазон ячеек **A3:A53** ввести значения переменной x от 0 до 5 с шагом $\Delta x = 0,1$.
2. Вычислить функцию $y=\sin(\pi x)$: в ячейку **B3** ввести формулу $=\text{SIN}(\text{ПИ}()*\text{A3})$, скопировать её в диапазон ячеек **B4:B53** и построить синусоиду, как представлено на рис. 3.10.
3. При построении ломаной следует обратить внимание на то, что она – периодична, с периодом 2 (рис. 3.11). Построить периодичную ломаную с периодом 2 можно с помощью функции:

ОСТАТ (число; делитель).

В качестве первого аргумента «число» этой функции выбрать значения x , а в качестве второго «делитель» - период функции (т.е. **2**). В ячейку **C3** ввести

* Табулирование функции $y=f(x)$ на отрезке $[a, b]$ называется нахождение значения функции при изменении аргумента x от a до b с шагом h

формулу $=\text{ОСТАТ}(\text{A3};2)$ и автозаполнением растянуть её до ячейки **C53**. Добавить ряд на графике (рис. 3.11).

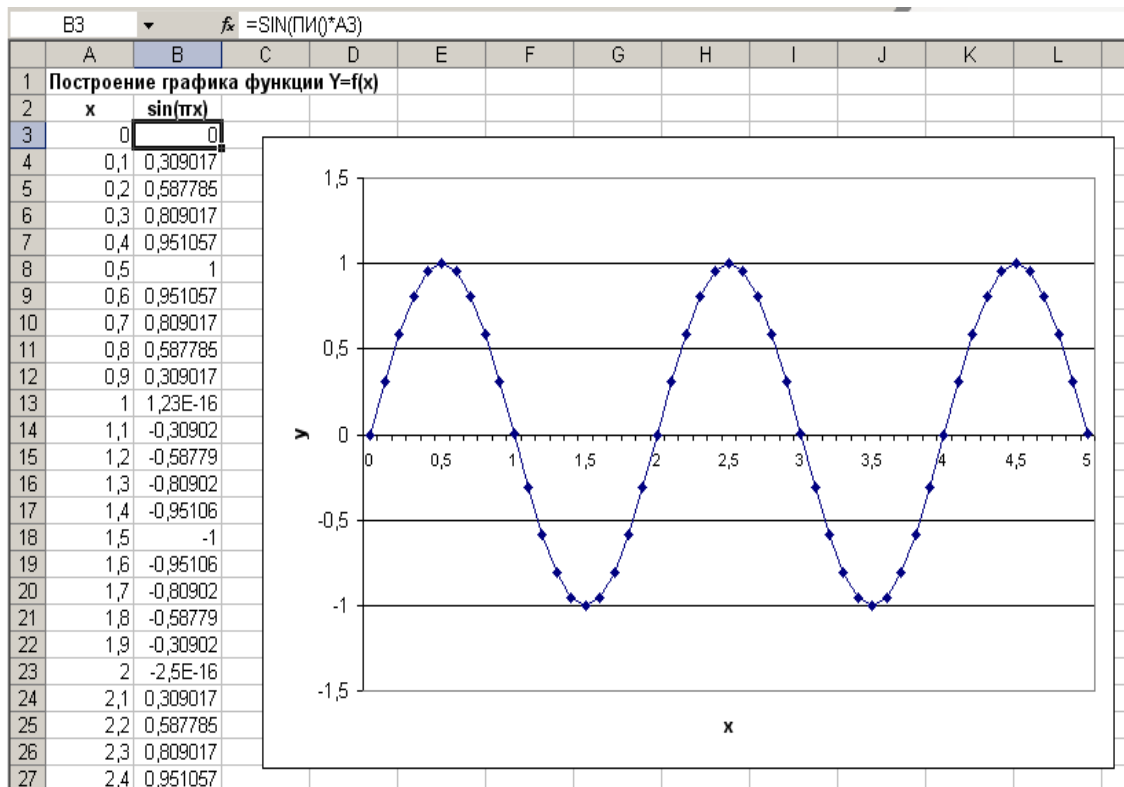


Рис. 3.10. График функции $Y=\sin(\pi x)$ (синусоида)

В результате получится график $x1$:

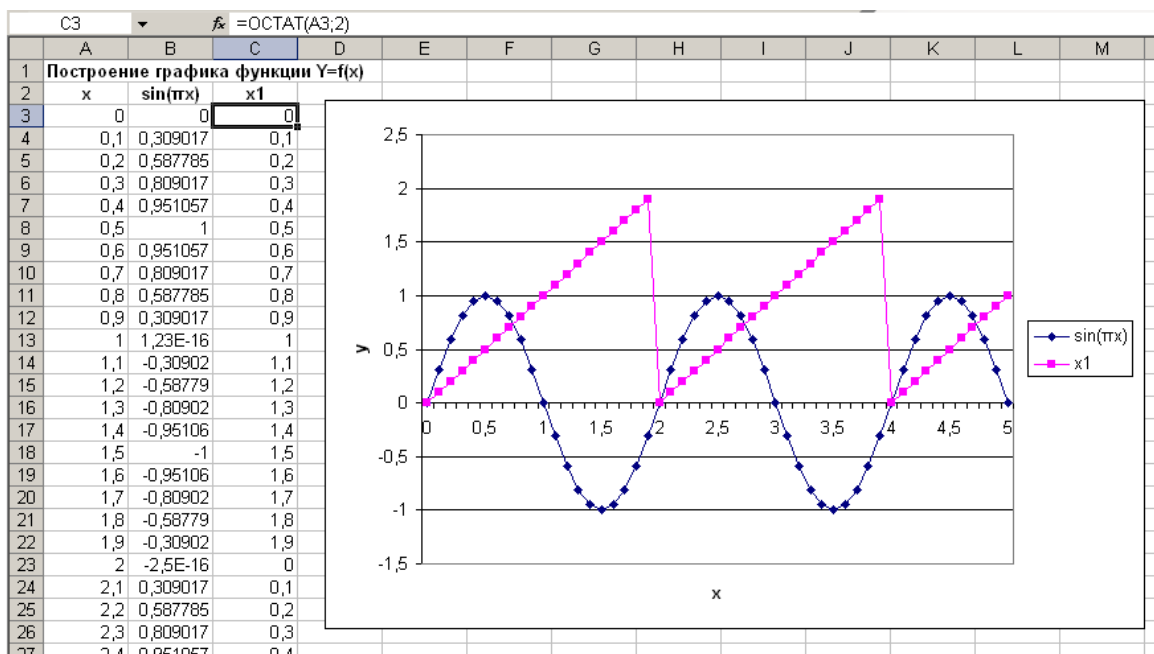


Рис. 3.11. Построение ломаной $x1$

- Сдвинуть график вправо на 0,5 единиц, чтобы совместить начало зубца полученной пилообразной ломаной с вершиной синусоиды, т.е. вычесть от аргумента значение сдвига (0,5). Для этого необходимо ввести в ячейку **D3** формулу: $=\text{ОСТАТ}(\text{A3}-0,5;2)$, а затем скопировать её в диапазон ячеек **D4:D53**.

В качестве диапазона значений у графика у второй линии укажем **D3:D53** (рис. 3.12).

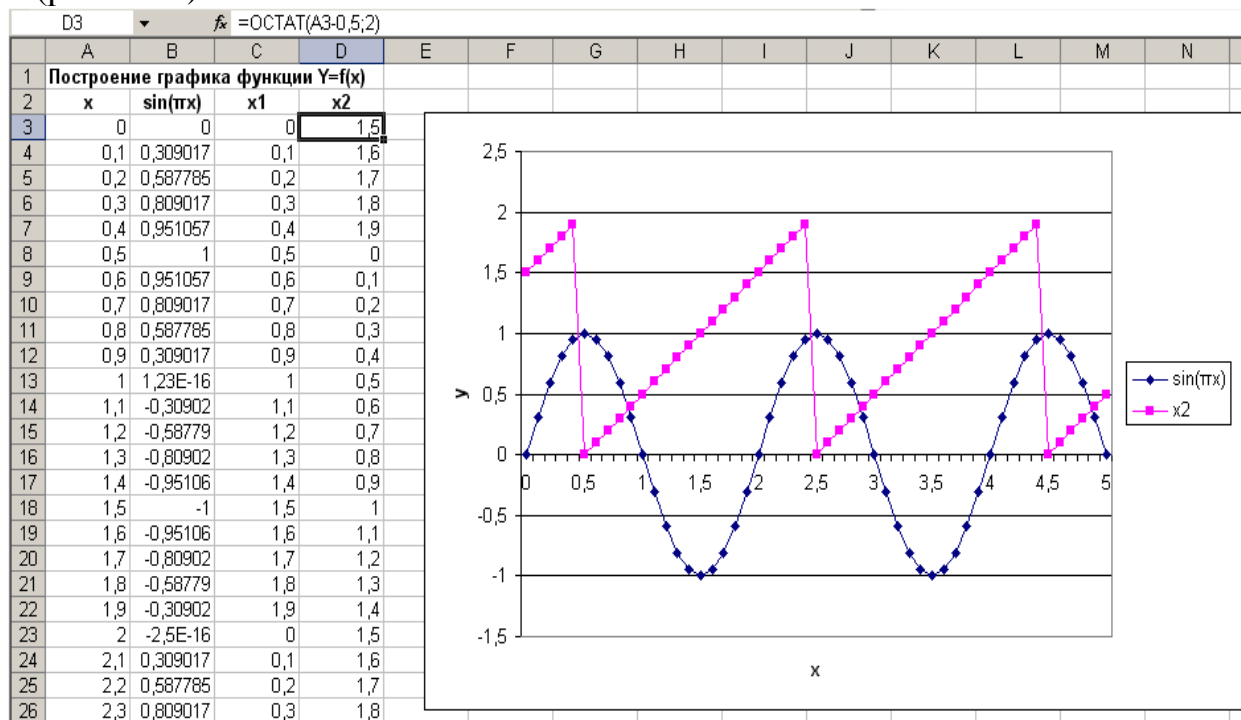


Рис. 3.12. График функции со сдвигом на 0,5 единиц

5. Значения x_2 меняются от 0 до 2 с периодом 2. Значения функции $y=f(x)$ на участке $b-v$ при этом уменьшаются, начиная от 1. При $x=2,2$ ордината искомой функции равна 0,588 (потому что $\sin(2,2 \cdot \pi)=0,588$). Значит координата точки b - (0,5;1), точки v - (2,2;0,588), при этом x_2 меняется от 0 до 1,7. Используем x_2 , т.е. колонку **D3:D53**, как аргумент для участков ломаной $b-v$; $v-d$ и т.д. Их уравнения найдем по формуле прямой, проходящей через две точки:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}, \text{ где}$$

$(x_1; y_1)$ - координаты первой точки (b)

$(x_2; y_2)$ - координаты второй точки (v), через которые проходит прямая ((0;1) и (1,7;0,588), если аргументом является значение из ячейки **D3**). В нашем случае:

$$\frac{x_2 - 0}{1,7 - 0} = \frac{y - 1}{0,588 - 1}, \text{ откуда } y = \frac{x_2 \cdot (0,588 - 1)}{1,7} + 1$$

6. В ячейку **E3** ввести $=1+(0,588-1)*D3/1,7$, скопировать формулу до ячейки **E53**. Построить точечную диаграмму, где значения x - **A3:A53**; а y - **E3:E53**. Заменяем значение y второго тренда графика. Получим график ломаной (см. рис. 3.13).

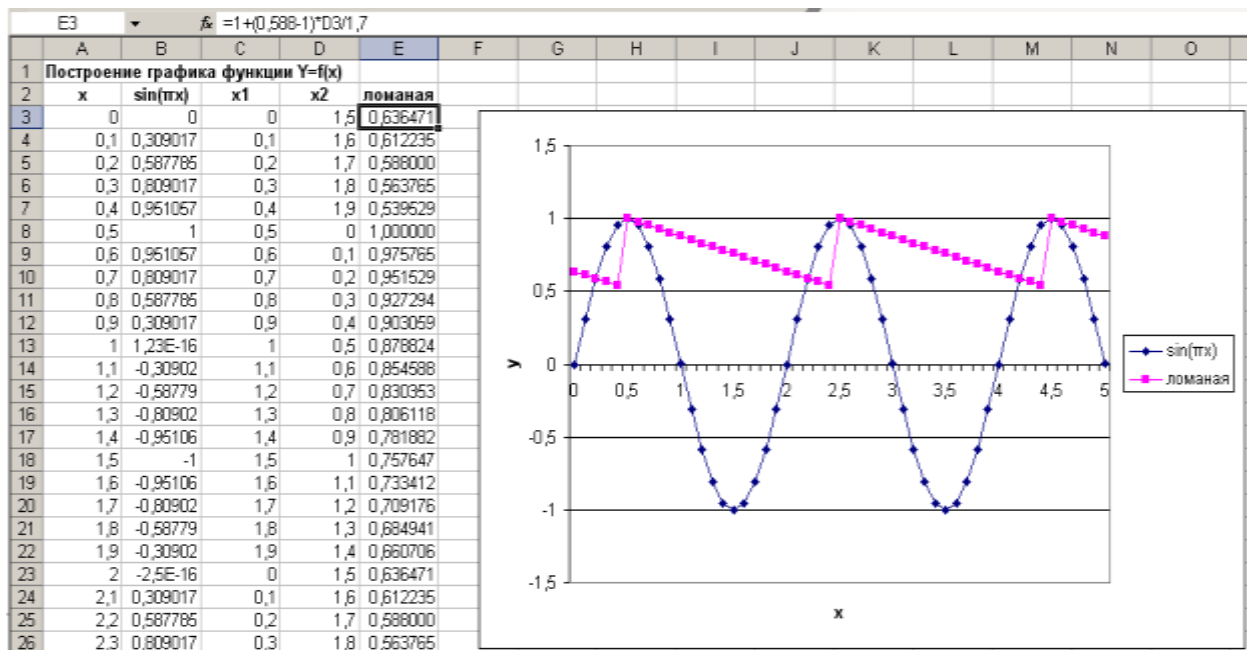


Рис. 3.13. График ломаной

7. Протабулируем искомую функцию и построим ее график. Эта функция должна принимать значения как у функции $\sin(\pi x)$, если x_2 больше чем 1,7 и меньше 2 ($1,7 < x_2 < 2$). Условие $1,7 < x_2 < 2$ выполняется если выполняется неравенство $x_2 > 1,7$ и $x_2 < 2$, что записывается как $\text{И}(1,7 < x_2; x_2 < 2)$ где вместо x_2 должен стоять адрес нужной ячейки.

Для расчета значений функции $y=f(x)$ воспользуемся логической функцией ЕСЛИ(лог_выражение;значение_если_истина;значение_если_ложь): в ячейку **F3** ввести =ЕСЛИ(И(1,7<D3;D3<2);B3;E3). Скопировать формулу в диапазон ячеек **F4:F53** и построить график. Изменяем второй ряд на графике: значение x – **A3:A53**, y – **F3:F53**. (см. рис. 3.14).

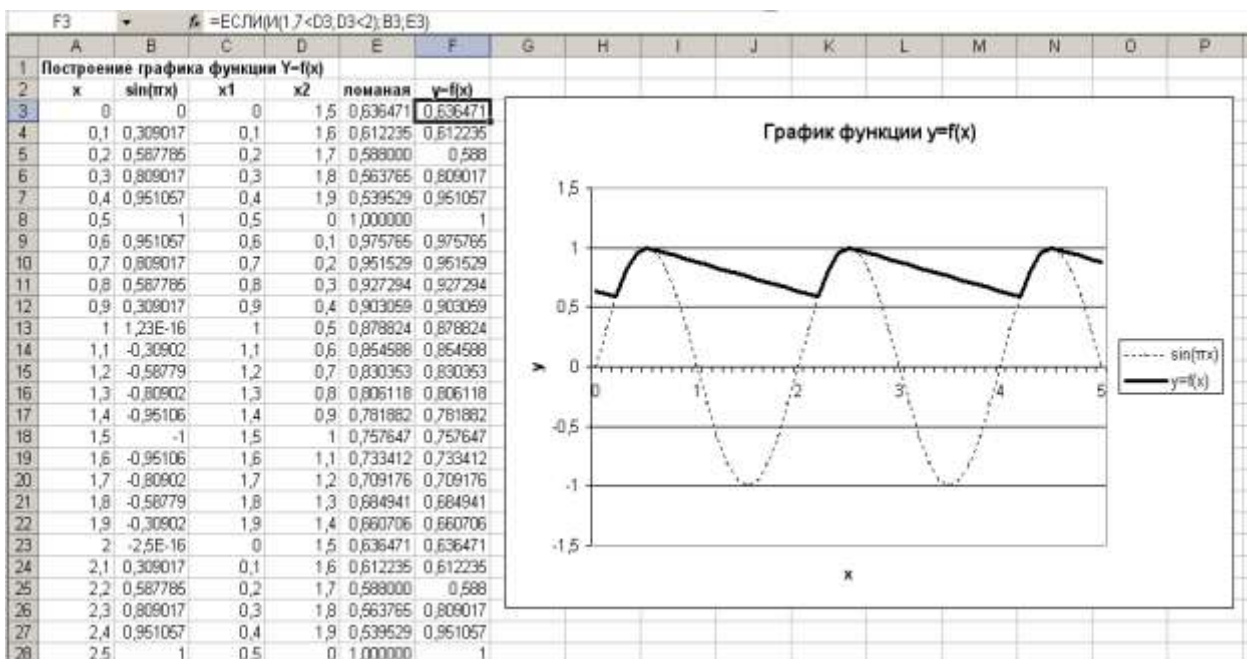


Рис. 3.14. Результаты вычисления

Задания к разделу «Решение функций разветвляющейся структуры»

Вычислить значения функции $g=f(x, y, z)$.

Вариант	Функция	Условие	Значение			
			x_1	x_2	y	z
1	$g = \begin{cases} \sqrt[3]{xz^3(y+3)} \\ \frac{ xz-y ^3}{2} + \lg x \end{cases}$	$x \geq y$ $x < y$	6,54	2,23	3,65	4,23
2	$g = \begin{cases} \left x^{\frac{y}{z}} - \sqrt[3]{y} \right \\ e^{\operatorname{tg} 2x} \cos yz \end{cases}$	$x < y$ $x \geq y$	20,46	2,25	10,86	4,18
3	$g = \begin{cases} \operatorname{tg}^2 z + \sqrt[5]{y} \\ \sin^2 \sqrt{ xy } \end{cases}$	$x \geq z$ $x < z$	0,43	-3,75	0,56	-2,44
4	$g = \begin{cases} z \lg y + \sqrt[5]{ x } \\ \cos^3(yz) + e^y \end{cases}$	$x < z$ $x \geq z$	-14,82	8,53	12,78	5,46
5	$g = \begin{cases} e^{ 2x+yz } + \sqrt[3]{y} \\ x^2 y \operatorname{tg}^2 x + 5 \end{cases}$	$x \leq y$ $x > y$	9,55	-0,24	4,65	2,67
6	$g = \begin{cases} \sin z^{ 3x } \\ \lg^2(xy) + e^{\cos^2(zy)} \end{cases}$	$x \geq y$ $x < y$	8,84	4,25	6,42	0,97
7	$g = \begin{cases} \cos^2 x + \lg y^{ z } \\ e^{\operatorname{tg}(xy)} + \frac{x^3}{z} \end{cases}$	$x > z$ $x \leq z$	-3,87	1,24	1,42	0,88
8	$g = \begin{cases} e^{\sqrt{x+y}} + \frac{z^2}{4} \\ \sin^2 z + \frac{ y-x ^3}{2} \end{cases}$	$x \geq y$ $x < y$	4,12	0,25	1,84	3,99
9	$g = \begin{cases} y^x \sqrt{y+ x } \\ \operatorname{tg}^2 \frac{z}{6} + e^{\cos y} \end{cases}$	$x \leq z$ $x > z$	-3,78	5,24	2,93	4,28

Продолжение таблицы

Вариант	Функция	Условие	Значение			
			x ₁	x ₂	y	z
10	$g = \begin{cases} \sqrt[3]{e^{\sin y} + x - y ^4} \\ \sin^2 xz + \operatorname{tgy} \end{cases}$	$x \leq z$ $x > z$	-5,86	4,73	2,91	1,75
11	$g = \begin{cases} \sqrt[3]{ x + e^{\sin^2 y}} \\ \sqrt{ \lg z } - \sin^3(2xy) \end{cases}$	$x < z$ $x \geq z$	4,12	12,35	4,47	9,92
12	$g = \begin{cases} \sqrt{ \sin^2(xy) } + \ln^2 x \\ e^{\cos^2 xz} + \sqrt[3]{\lg yz} \end{cases}$	$x > y$ $x \leq y$	4,78	2,25	3,44	0,97
13	$g = \begin{cases} 2e^{\ln xy } + \cos^2 z \\ 3,7 \lg 2yz + \sqrt[3]{y} \end{cases}$	$x \leq y$ $x > y$	2,46	5,97	4,32	2,24
14	$g = \begin{cases} \frac{ 2x^2y - z ^3}{x^2 + z^2} + \operatorname{tgx} \\ x^{\cos(y+1)} + e^{\sin z} \end{cases}$	$x \leq z$ $x > z$	4,86	2,15	0,18	3,57
15	$g = \begin{cases} e^{\cos^2 xz} \\ y^3 \sqrt{x + 2z} \end{cases}$	$x > y$ $x \leq y$	2,98	0,36	1,64	2,57

Задания к разделу «Решение функций разветвляющейся структуры с циклом»

Вычислить значения функции для значений аргумента, изменяющихся от начального значения до конечного с заданным шагом.

Вариант	Функция	Условие	Отрезок	Шаг	Значение			
					z	a	b	c
1	$y = \begin{cases} \frac{ax^2}{\cos^2 x} - z \\ \sin(ax) + c \\ \arctg x + c \end{cases}$	$x < z$ $x = z$ $x > z$	$[-0,5;0,5]$	0,1	0,1	0,748	0,295	1,248
2	$y = \begin{cases} ac \sin x \\ -\cos x + bc \\ \frac{ax}{\sin^2 x} + z \end{cases}$	$x > a$ $x = a$ $x < a$	$[1;2]$	0,1	1,785	1,4	2,785	4,284
3	$y = \begin{cases} 1 + \operatorname{tg}^2 x \\ \sin^2 x + bc \\ \cos^2 x + za \end{cases}$	$x < a$ $x = a$ $x > a$	$[0,1;1]$	0,1	0,559	0,4	0,895	0,784
4	$y = \begin{cases} 2x - \cos x + e^{xz} \\ \sin x + \frac{3x^{ab}}{2} \\ \operatorname{tg} x - acx \end{cases}$	$x > b$ $x = b$ $x < b$	$[-0,5;0,5]$	0,1	0,275	-0,344	0,2	1,177
5	$y = \begin{cases} \frac{x^z}{\sin x} + ab \\ \operatorname{tg} x + zc \operatorname{tg} x \\ (\sin^2 x + c) \end{cases}$	$x < z$ $x = z$ $x > z$	$[0,2;2]$	0,2	0,8	0,525	0,386	0,235
6	$y = \begin{cases} z \sin 5x \sin 3x \\ \cos 5x \cos 3x + c \\ \sin 3x \cos 3x + a \end{cases}$	$x > c$ $x = c$ $x < c$	$[-0,1;1,1]$	0,1	1,112	0,188	0,144	0,1
7	$y = \begin{cases} z \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ \sin(bx) \cos(cx) \\ \cos^2 x + \sin^2 x \end{cases}$	$x < z$ $x = z$ $x > z$	$[-0,5;0,2]$	0,1	0,1	0,124	0,724	0,924

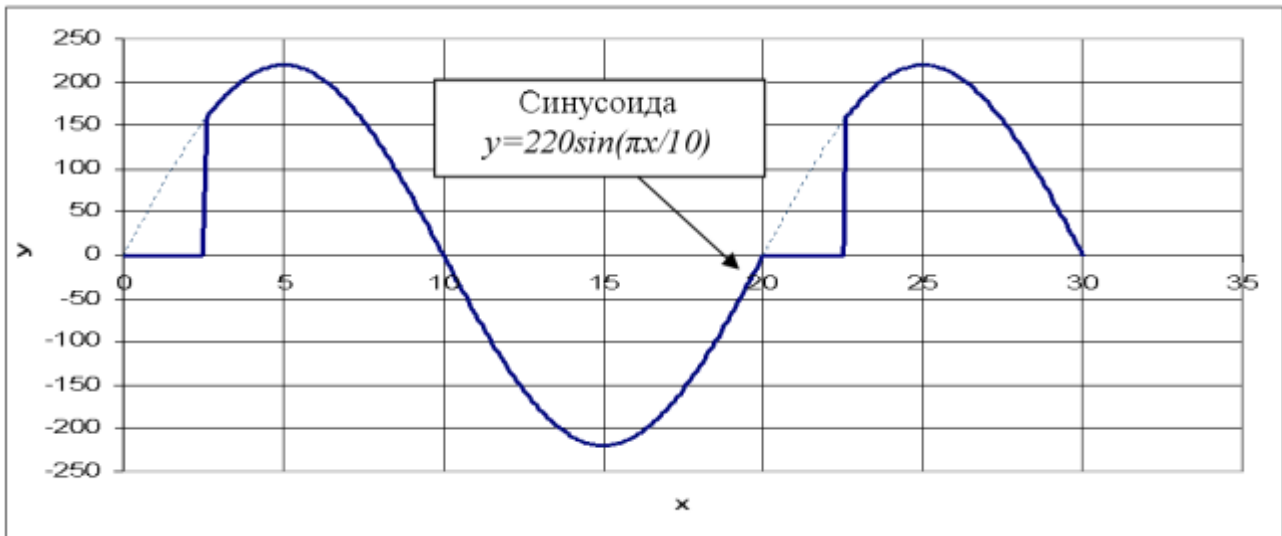
Продолжение таблицы

Вариант	Функция	Условие	Отрезок	Шаг	Значение			
					<i>z</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
8	$y = \begin{cases} ab(\lg z - x) \\ \sin x - 4 \\ ac \cos(x + z) \end{cases}$	$x > z$ $x = z$ $x < z$	[-0,5;0,2]	0,1	0,1	-0,225	-0,375	0,927
9	$y = \begin{cases} 3\cos x - bz \\ c - \cos x \\ \sqrt{x + za} \end{cases}$	$x < b$ $x = b$ $x > b$	[0;1]	0,1	0,924	0,674	0,3	0,924
10	$y = \begin{cases} a - \cos x + \sqrt{a+2} \\ \sqrt{b-c} \\ (1-x^4)e^x \end{cases}$	$x < c$ $x = c$ $x > c$	[0;2]	0,2	0,001	0,345	0,494	0,4
11	$Y = \begin{cases} \frac{a^2 x^2}{\cos^2 x} - \sqrt{zc} \\ \sin^2(ax) + \frac{c}{2} \\ \operatorname{arctg} x + c \end{cases}$	$x < z$ $x = z$ $x > z$	[-5;5]	0,5	1,5	1,748	-0,295	-1,248
12	$Y = \begin{cases} ac \sin^2 x \\ \cos^2 x + bc \\ \frac{ax}{\sin^2 x} + z \end{cases}$	$x > a$ $x = a$ $x < a$	[-4;-2]	0,2	3,785	-2,6	1,698	5,234
13	$y = \begin{cases} a^2 b^2 (\ln z - x) \\ \sin \frac{x}{4} \\ ac \cos^2(x + z) \end{cases}$	$x > z$ $x = z$ $x < z$	[-5; 0]	0,5	-2,3	-0,445	-0,135	0,964
14	$y = \begin{cases} 3\cos^2 x - bz^2 \\ c - \cos^2 x \\ \sqrt{x^2 + za} \end{cases}$	$x < z$ $x = z$ $x > z$	[1;2]	0,1	1,4	-0,236	0,13	2,369
15	$y = \begin{cases} a^2 - \cos^2 x + \sqrt{a+2} \\ \sqrt{b-c} \\ (1-x^2)e^x \end{cases}$	$x < c$ $x = c$ $x > c$	[0;2]	0,2	-2,36	0,785	0,853	0,6

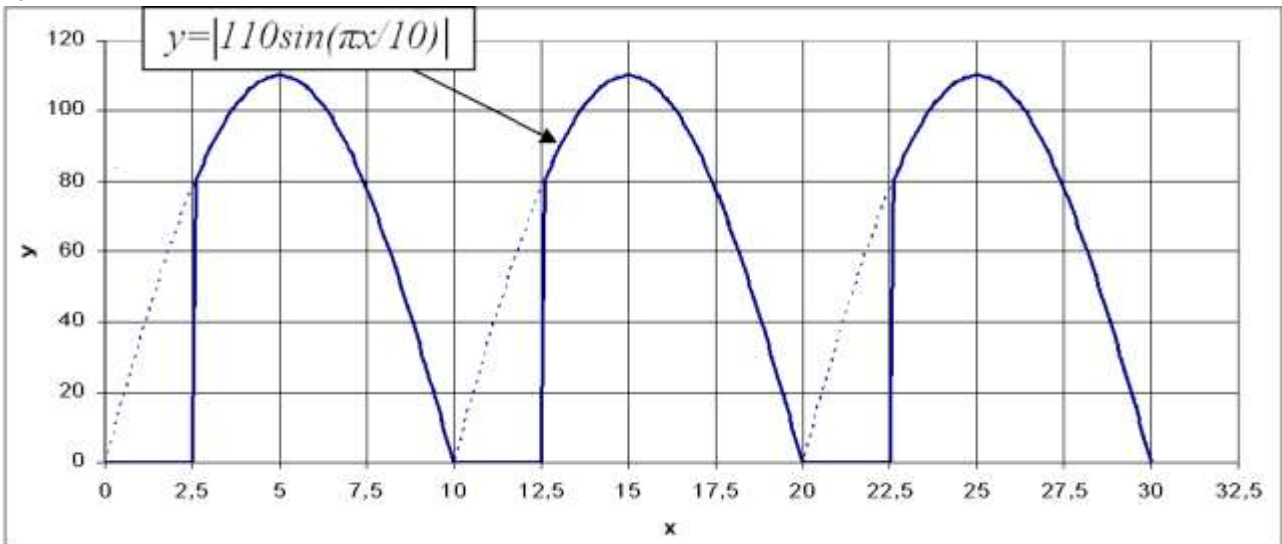
Задания к разделу «Использование логических функций для представления периодических функций»

Построить график функции, изображённой на рисунке согласно варианта:

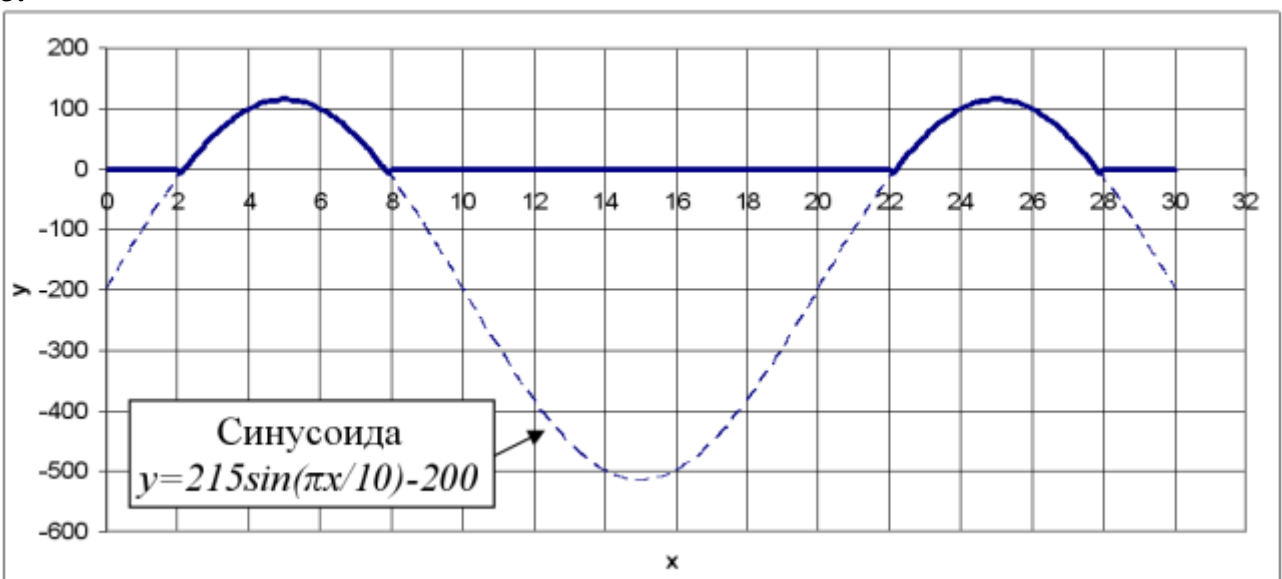
1.



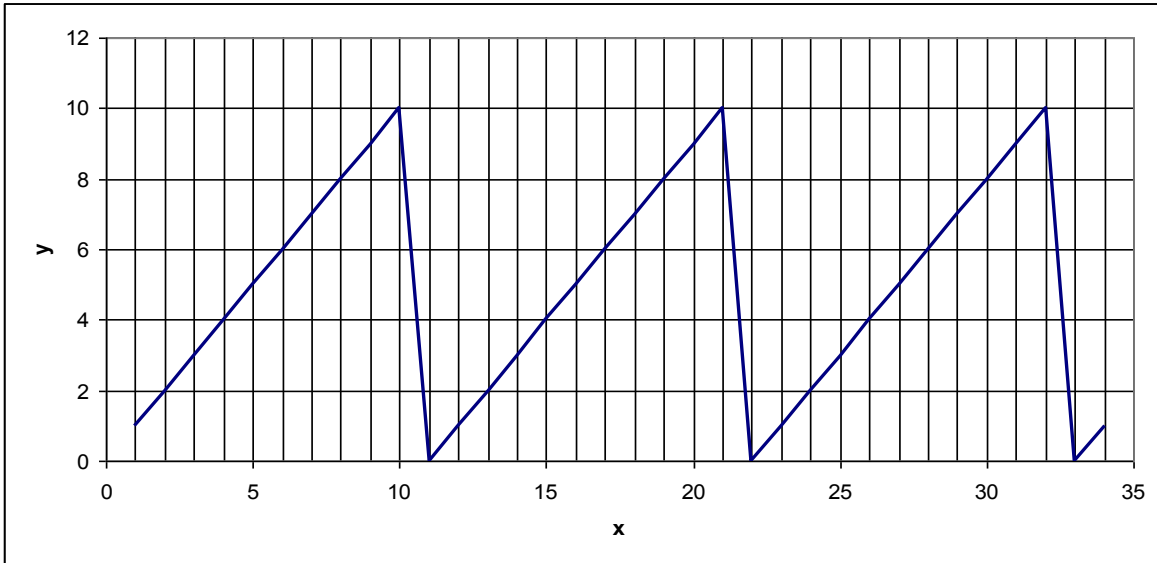
2.



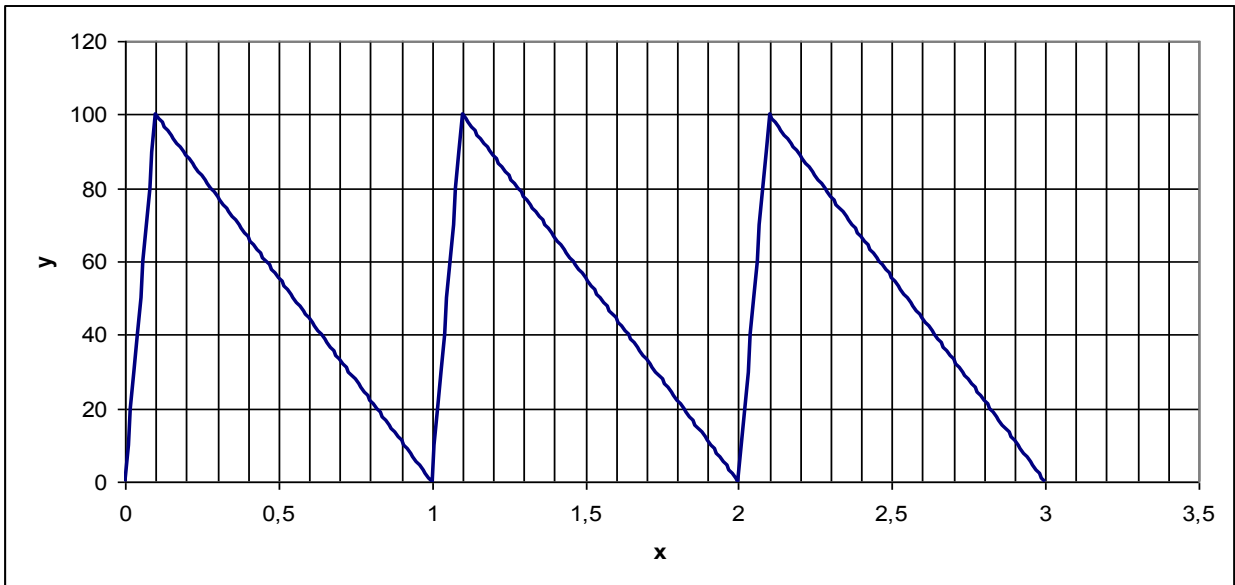
3.



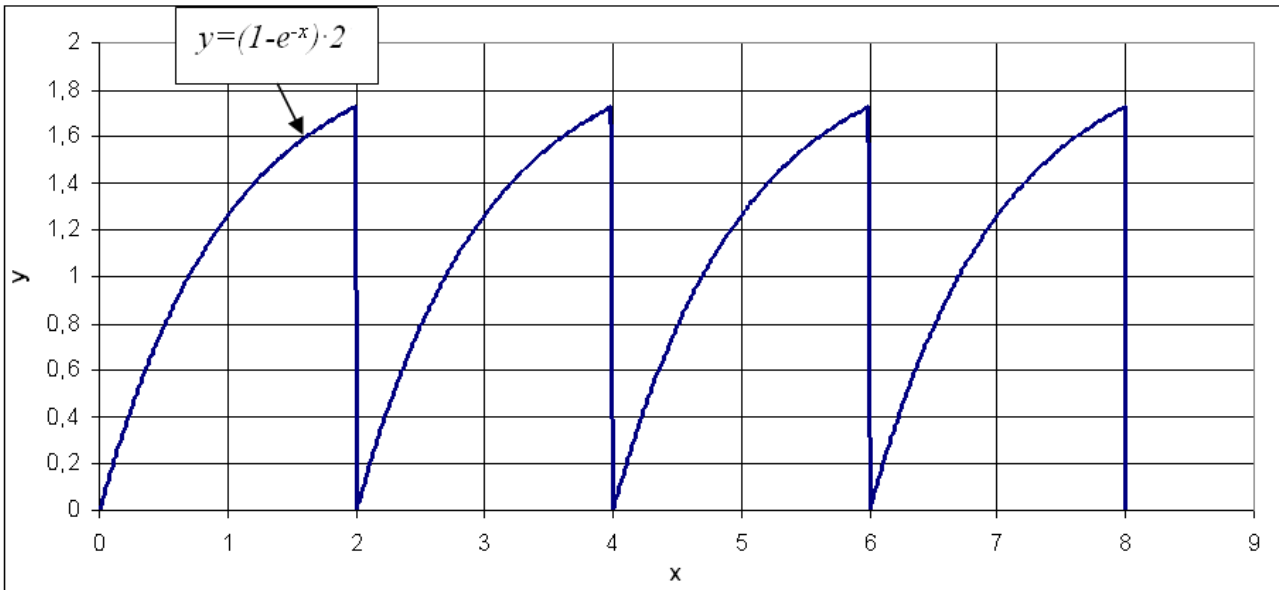
4.



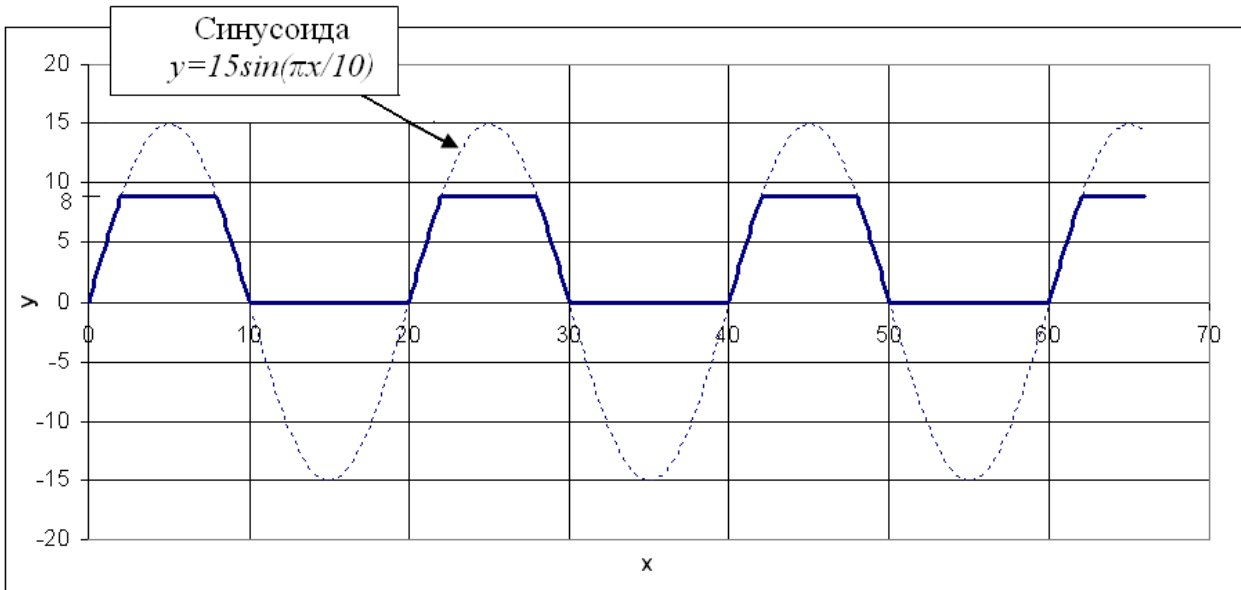
5.



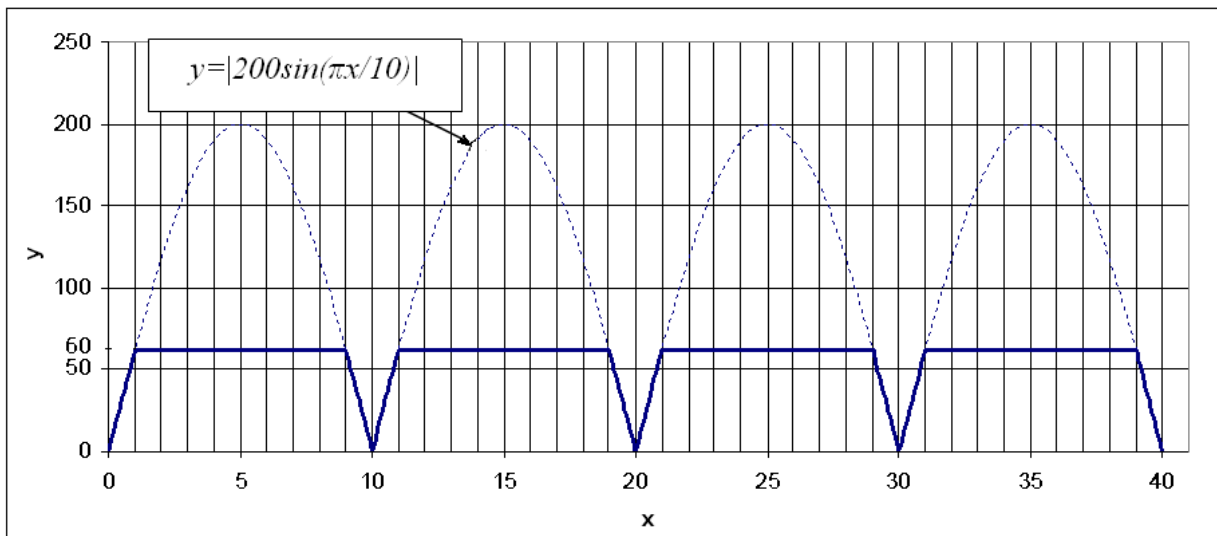
6.



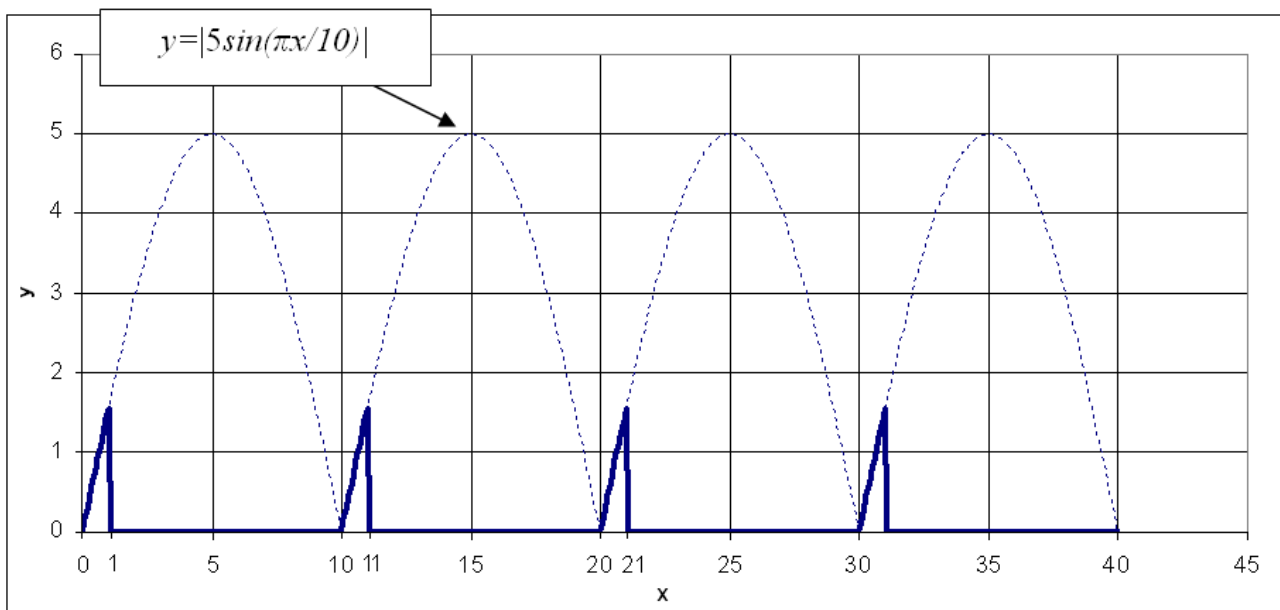
7.



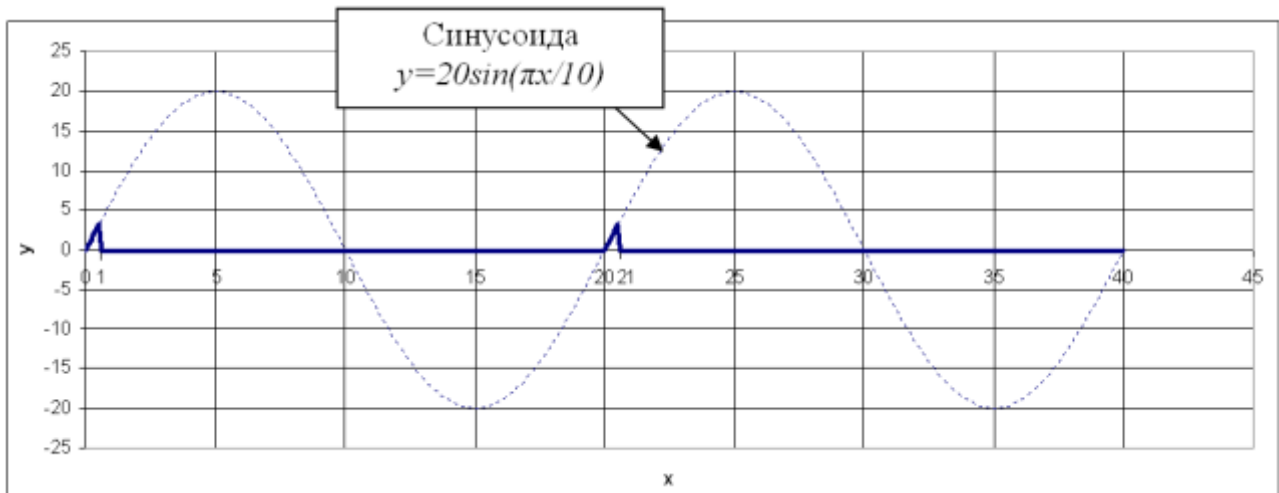
8.



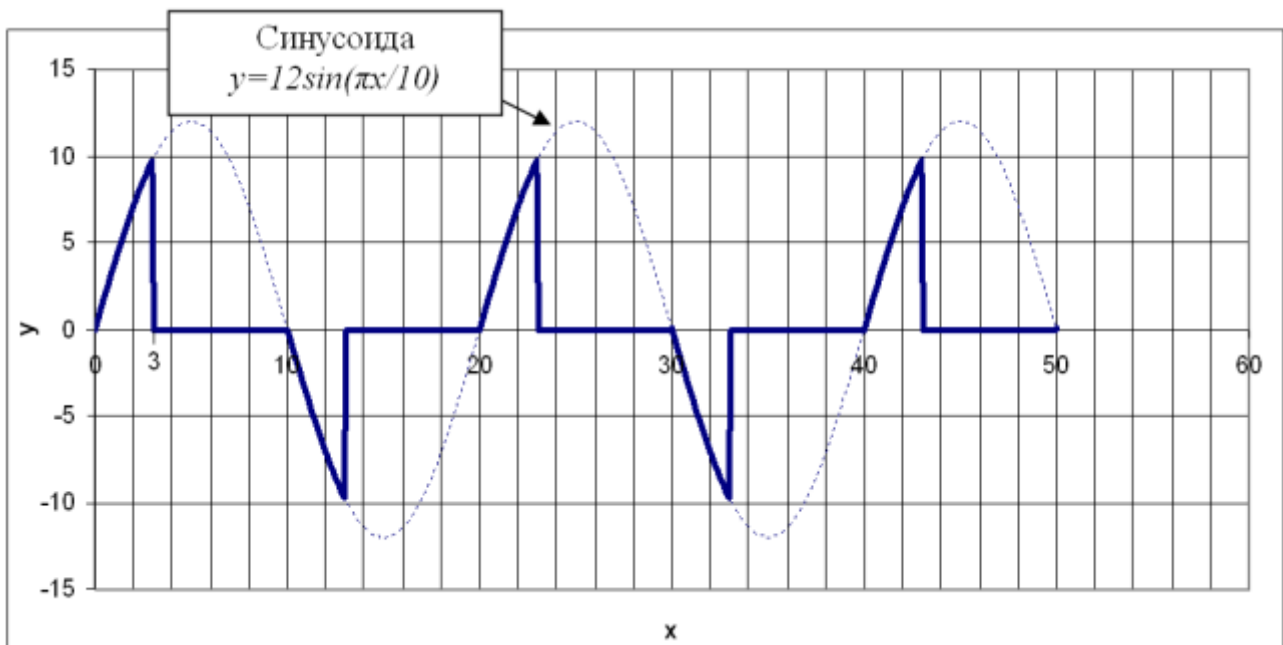
9.



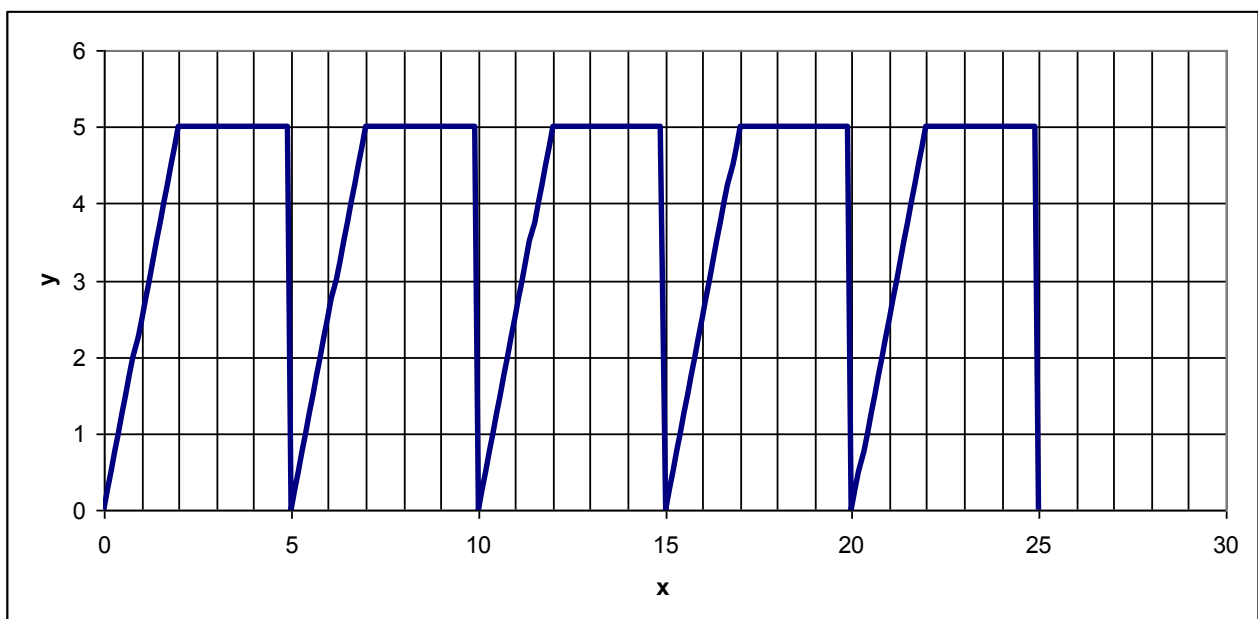
10.



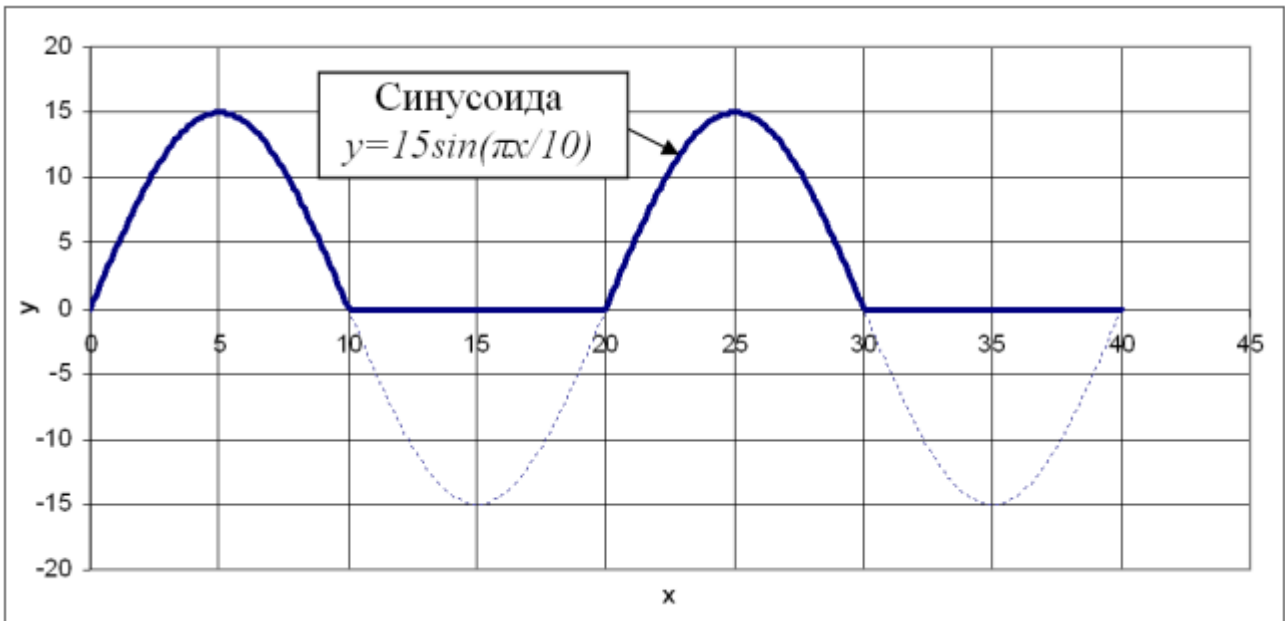
11.



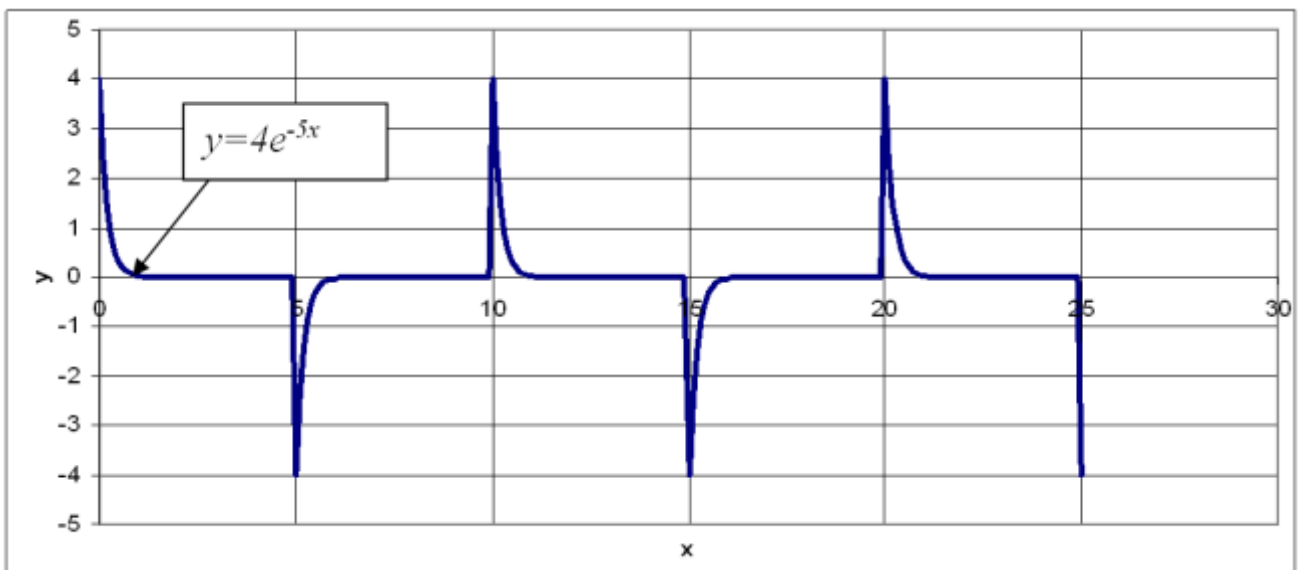
12.



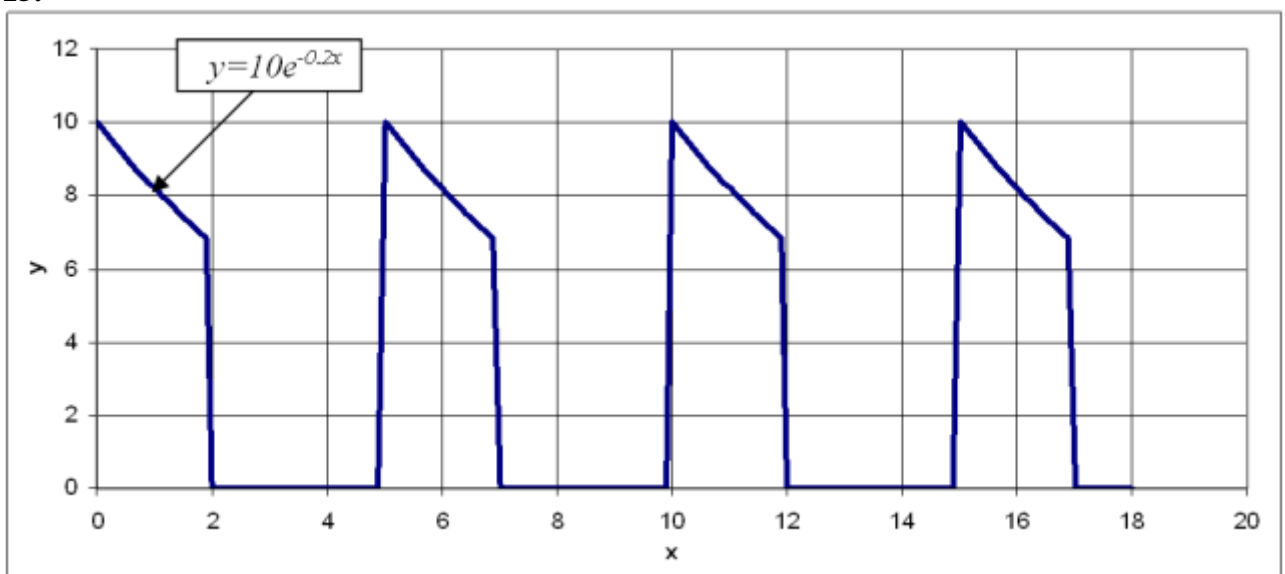
13.



14.



15.



3.2. РАБОТА С МАССИВАМИ И МАТРИЦАМИ

При работе с таблицами часто возникает ситуация, когда необходимо применить одну и ту же операцию или формулу к некоторому диапазону ячеек, которые образуют интервал массива. Microsoft Excel предоставляет различные средства для решения такого типа задач. Работу с массивами ячеек (матрицами) обеспечивают функции категорий **Математические**, **Ссылки и массивы** и **Статистические**.

Матрица - система элементов (чисел, функций и других величин), расположенных в виде прямоугольной таблицы.

Под *массивом* в Excel понимается диапазон ячеек, обрабатываемый единообразно. Под *формулой массива* понимается единственная формула, связанная со всеми ячейками массива. Для ввода формулы массива следует:

- ✓ выделить массив (ячейку или прямоугольный диапазон ячеек) для которого будет применяться формула;
- ✓ ввести формулу;
- ✓ нажать комбинацию клавиш **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.

К простейшим операциям с матрицами принято относить следующие: сложение и вычитание матриц, умножение и деление матрицы на число, перемножение матриц, транспонирование, вычисление обратной матрицы. Умножение (деление) матрицы на число, сложение (вычитание) матриц в Excel реализуются достаточно просто: с помощью обычных формул (поэлементное сложение или вычитание, умножение или деление на число). Для остальных матричных операций в Excel предусмотрены функции рабочего листа из категории «*Арифметические и тригонометрические функции*»:

Встроенные функции для работы с матрицами

МОБР () – вычисление обратной матрицы;

МОПРЕД () – вычисление определителя матрицы;

МУМНОЖ () – возвращает матричное произведение двух матриц;

ТРАНС () – вычисление транспонированной матрицы;

СТОЛБЕЦ () – возвращает номер столбца, на который указывает ссылка;

СТРОКА () – определяет номер строки, на который указывает ссылка;

СУММКВРАЗН () – сумма квадратов разностей соответствующих значений в двух массивах;

СУММПРОИЗВ () – сумма произведений элементов массивов;

СУММРАЗНКВ () – сумма разностей квадратов соответствующих значений в двух массивах;

СУММЕСЛИ () – суммирование ячеек по заданному критерию;

СУММКВ () – сумма квадратов элементов;

СЧЕТЕСЛИ () – подсчет в заданном диапазоне непустых ячеек по нежному критерию;

СРЗНАЧ () – среднее арифметическое;

и т.д.

3.2.1. Обработка одномерных массивов



Задание.

Для массива данных $X \{-10,3; 9,7; 0,5; -36,8; 55,3; 0; 102,6; -48,1; 45,2; 16,3; -0,23; 0; 13,25; -0,05; 14,36\}$ найти сумму элементов больших нуля.

1. Составить блок-схему алгоритма.
2. Вычислить массив в MS Excel.



Выполнение задания.

Алгоритм имеет циклическую структуру с условием внутри цикла.

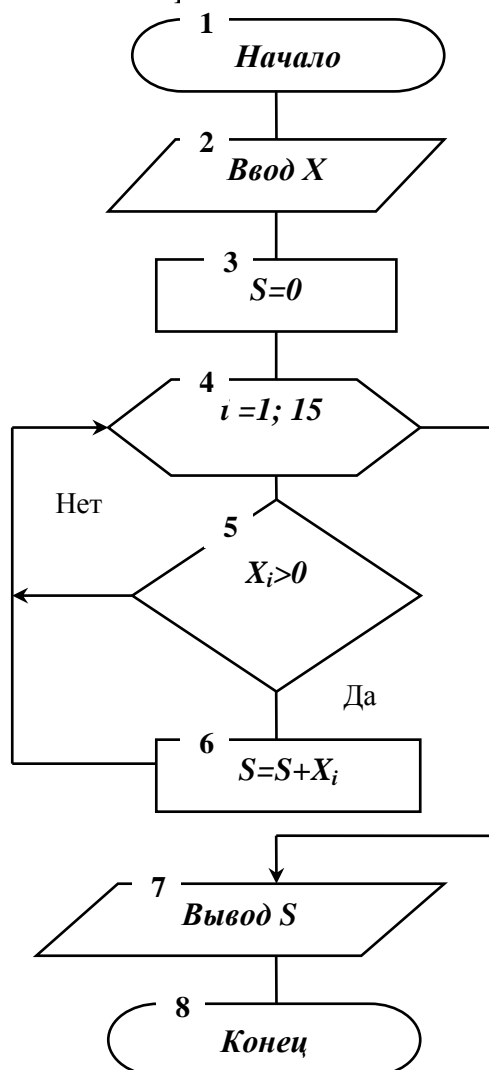


Рис. 3.15. Блок-схема алгоритма

Для нахождения суммы S в программировании используется прием накопления суммы.

Значения вычислять не требуется, так как оно имеется в массиве. Однако прежде чем накапливать сумму, надо проверить, является ли слагаемое положительным (блок 5) ($X_i > 0$).

Блок 3 задает начальное значение суммы, равное нулю ($S=0$). В одной из ветвей разветвляющегося процесса стоит блок 6, накапливающий сумму ($S=S+X_i$, где X_i – элемент массива X , i – номер элемента массива). Если условие $X_i > 0$ не выполняется, проверяют следующий элемент X_i . По выходе из цикла в ячейке S будет искомая сумма.



Технология выполнения задания.

1. В диапазон ячеек **A1:O1** ввести заголовок: **Сумма элементов больших нуля.**
2. В ячейку **A2** ввести: **Массив X(n).**
3. В диапазон ячеек **A3:O3** ввести ряд данных (рис. 3.17).
4. В ячейку **P3** ввести формулу для вычисления суммы элементов больших нуля из данного диапазона.

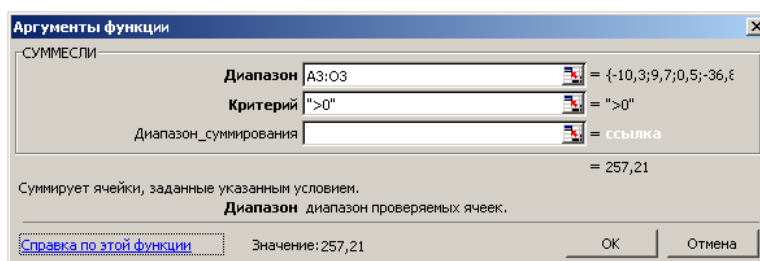


Рис. 3.16. Диалоговое окно *Аргументы функции*

5. Если формула введена, верно, то в ячейке **Р3** вместо формулы появится результат вычислений, а в строке формул будет отображена формула:

$$= \text{СУММЕСЛИ}(A3:O3; ">0")$$

Р3	fx =СУММЕСЛИ(A3:O3;">0")															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Сумма элементов больших нуля															
2	Массив X(n)															
3	-10,3	9,7	0,5	-37	55,3	0	103	-48	45	16	-0,2	0	13	-0,1	14	257,21

Рис. 3.17. Результат решения задачи



Задание.

Для массива данных X {0,25; 24,9; 182,3; 371,45; 0; -0,2; -5; -72,3; 0; 0,15; 19,5; -17,25; -0,06; -5; 12,03}

1. Найти максимальное число;
2. Подсчитать количество положительных элементов;
3. Вычислить сумму отрицательных элементов;
4. Найти среднее арифметическое чисел X;
5. Найти сумму квадратов чисел X.



Технология выполнения задания.

1. В ячейку **A1** ввести: **Массив X(n)**, в **P1** ввести: **Результат вычислений**.
2. В диапазон ячеек **A2:O2** ввести массив данных X (рис. 3.18).
3. Скопировать массив X в диапазон ячеек **A3:O6**, используя способ автозаполнения (рис. 3.18).
4. В ячейки **P2:P6** ввести формулы для вычисления массива данных в соответствии с заданием, используя стандартные функции Excel (пример рис. 3.18).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1	Массив X(n)															Результат вычислений		Расчетная формула		
2	0,25	24,9	182,3	371,45	0	-0,2	-5	-72,3	0	0,15	19,5	-17	-0,06	-5	12,03	371,45	→	=	МАКС(A3:O3)	
3	0,25	24,9	182,3	371,45	0	-0,2	-5	-72,3	0	0,15	19,5	-17	-0,06	-5	12,03	9	→	=	СЧЁТЕСЛИ(A3:O3;">=0")	
4	0,25	24,9	182,3	371,45	0	-0,2	-5	-72,3	0	0,15	19,5	-17	-0,06	-5	12,03	-99,81	→	=	СУММЕСЛИ(A4:O4;"<0")	
5	0,25	24,9	182,3	371,45	0	-0,2	-5	-72,3	0	0,15	19,5	-17	-0,06	-5	12,03	34,05133333	→	=	СРЗНАЧ(A5:O5)	
6	0,25	24,9	182,3	371,45	0	-0,2	-5	-72,3	0	0,15	19,5	-17	-0,06	-5	12,03	177928,3545	→	=	СУММКВ(A6:O6)	

Рис. 3.18. Результат решения задачи

3.2.2. Обработка двумерных массивов



Задание .

Приведен массив данных X

$$\begin{Bmatrix} 4,9 & 78,9 & 15,9 & -7,8 \\ 2,5 & -89,3 & 25 & 9,7 \\ -6,8 & 15,7 & 8,9 & 123,7 \\ 20,5 & -128,3 & 17,2 & -25 \end{Bmatrix}$$

Разделить каждый элемент массива на число 2,5.



Технология выполнения задания.

1. Ввести заголовок и элементы первоначального массива как представлено на рисунке 3.19.
2. Выделить на рабочем листе область **F4:I7**, такого же размера, как и массив-множимое.
3. Ввести формулу `=A4:D7/2,5`. Для этого установить курсор в строке формул перед знаком равно и закончить ввод нажатием клавиш **Ctrl** + **Shift** + **Enter**. Таким образом, мы сообщаем программе, что необходимо выполнить операцию над массивом. При этом Excel заключит формулу в строке формул в фигурные скобки (рис. 3.19): `{=A4:D7/2,5}`. При работе с массивами формула действует на все ячейки диапазона.

F4		fx {=A4:D7/2,5}								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Деление массива на число									
2										
3	Первоначальный массив					Новое значение массива				
4	4,9	78,9	15,9	-7,8		1,96	31,56	6,36	-3,12	
5	2,5	-89,3	25	9,7		1	-35,72	10	3,88	
6	-6,8	15,7	8,9	123,7		-2,72	6,28	3,56	49,48	
7	20,5	-128,3	17,2	-25		8,2	-51,32	6,88	-10	

Рис. 3.19. Деление массива на число



Задание.

Приведен массив данных X

$$X = \begin{Bmatrix} 12 & 23 & 65 \\ 34 & 3 & 30 \\ 56 & 543 & 634 \end{Bmatrix}$$

Вычислить косинус от каждого элемента массива



Технология выполнения задания.

1. Ввести заголовок и элементы первоначального массива как представлено на рисунке 3.20.
2. Выделить на рабочем листе область **E4:G6**.
3. Ввести формулу `=COS(A4:C6)`. Для этого: установить курсор в строке формул перед знаком равно и закончить ввод нажатием клавиш **Ctrl** + **Shift** + **Enter**. В Excel формула примет вид: `{=COS(A4:C6)}`.

E4		fx {=COS(A4:C6)}					
	A	B	C	D	E	F	G
1	Вычисление функции от каждого элемента массива						
2							
3	Первоначальный массив			Новое значение массива			
4	12	23	65		0,843854	-0,53283	-0,56245
5	34	3	30		-0,84857	-0,98999	0,154251
6	56	543	634		0,85322	-0,87972	0,824365

Рис. 3.20. Вычисление функции от каждого элемента массива



Задание.

Подсчитать в заданном двумерном массиве количество отрицательных элементов.



Технология выполнения задания.

1. Сформировать и заполнить массив в соответствии с заданием (рис. 3.21).
2. В ячейку **F3** ввести формулу: **=СЧЁТЕСЛИ(A4:D6;"<0")**.

F4		fx =СЧЁТЕСЛИ(A4:D6;"<0")				
	A	B	C	D	E	F
1	Подсчет отрицательных элементов					
2						
3	Заданный массив				Количество отрицательных элементов	
4	1	-6	-7	-9		6
5	-3	3	6	6		
6	2	5	-4	-8		

Рис. 3.21. Подсчет отрицательных элементов



Задание.

Даны массивы данных $A = \begin{Bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{Bmatrix}$ и $B = \begin{Bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{Bmatrix}$

Вычислить сумму двух массивов (A+B).



Технология выполнения задания.

1. Сформировать и заполнить массив в соответствии с заданием (рис. 3.22).
2. Выделить на рабочем листе область **I2:K4**.
3. Ввести формулу **=A2:C4+E2:G4** и закончить ввод нажатием клавиш **Ctrl** + **Shift** + **Enter**. В Excel формула примет вид: **{ =A2:C4+E2:G4 }**.

I2		fx {=A2:C4+E2:G4}									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Массив А				Массив В				А + В		
2	1	2	3		9	8	7		10	10	10
3	4	5	6	+	6	5	4	=	10	10	10
4	7	8	9		3	2	1		10	10	10

Рис. 3.22. Вычисление суммы двух массивов

или $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$. Целое число n называется *размерностью* системы.

Система (2) может быть записана в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Система уравнений (6) называется *совместной*, если она имеет, хотя бы одно решение, и *несовместной* – в противном случае. Совместная система (6) называется *определенной*, если она имеет единственное решение, и *неопределенной*, если она имеет больше одного решения.



Задание .

Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 - 8x_3 = -24, \\ -2x_1 - 2x_2 - 10x_3 = -48, \\ -2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 18. \end{cases} \quad (7)$$

тремя способами: 1) методом Крамера;
2) матричным способом;
3) с помощью Поиска решения.

Для работы использовать группировку рабочих листов.



Решить систему из трех алгебраических уравнений относительно трех неизвестных. Размерность системы (7) $n=3$, матрица системы A (3) размерности 3×3 имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -8 \\ -2 & -2 & -10 \\ -2 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

а вектор-столбец свободных членов (5) $B = (-24, -48, 18)^T$.



Технология выполнения задания .

Группировка рабочих листов

1. Создать рабочую книгу из трех листов и назвать ее Решение СЛАУ.xls.
2. Для группировки листов: выделить группируемые рабочие листы, щелкнув по ярлычку первого рабочего листа **Лист1**, на котором будут вводиться данные, затем, удерживая клавишу **Ctrl**, щелкнуть ярлычки листов **Лист2** и **Лист3**, куда одновременно должны вводиться те же самые данные.

3. Ввести исходные данные на текущий рабочий лист (см. рис. 3.23). Введенные данные автоматически появятся в одноименных ячейках на всех остальных сгруппированных листах. Признаком группировки нескольких листов является появившееся в строке заголовка слово [Группа], заключенное в квадратные скобки (рис. 3.23). После ввода группировку необходимо отменить. Для отмены необходимо выбрать любой из листов Excel, не входящих в группу, либо щелкнуть правой кнопкой мыши на любом ярлычке листа из группы и выполнить команду Разгруппировать листы.

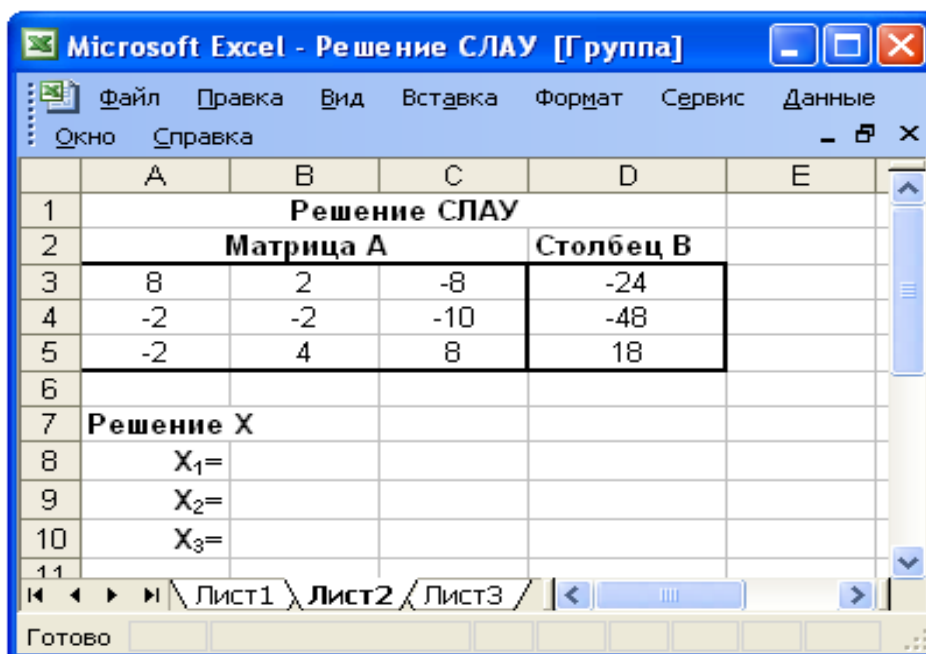


Рис. 3.23. Группировка листов и ввод исходных данных для решения СЛАУ

1) Решение системы линейных алгебраических уравнений метод Крамера

Решение СЛАУ (6) находится по формулам Крамера

$$X = \begin{pmatrix} \frac{\det A_1}{\det A} \\ \frac{\det A_2}{\det A} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\det A_n}{\det A} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $\det A = |A|$ – определитель матрицы (3) системы (главный определитель), $\det A_i = |A_i|$ ($i = 1, 2, \dots, n$) – определители матриц A_i (вспомогательные определители), которые получаются из A заменой i -го столбца на столбец свободных членов B (5). Линейная алгебраическая система несовместна (не имеет решений), если $\det A = 0$. Для рассматриваемой СЛАУ (7) вспомогательные матрицы имеют следующий вид:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -24 & 2 & -8 \\ -48 & -2 & -10 \\ 18 & 4 & 8 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 8 & -24 & -8 \\ -2 & -48 & -10 \\ -2 & 18 & 8 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -24 \\ -2 & -2 & -48 \\ -2 & 4 & 18 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Разместить их на рабочем листе (рис. 3.24). Причем сделать это не путем простого копирования соответствующих значений, а вводом формул с использованием абсолютных ссылок (рис. 3.25) на элементы матрицы **A** из интервала **A3:C5** и элементы вектора **B** из интервала **D3:D5** (рис. 3.23).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
12	Матрица A ₁				Матрица A ₂				Матрица A ₃		
13	-24	2	-8		8	-24	-8		8	2	-24
14	-48	-2	-10		-2	-48	-10		-2	-2	-48
15	18	4	8		-2	18	8		-2	4	18

Рис. 3.24. Матрицы для решения СЛАУ методом Крамера

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
12	Матрица A ₁				Матрица A ₂				Матрица A ₃		
13	=D\$3	=B\$3	=C\$3		=A\$3	=D\$3	=C\$3		=A\$3	=B\$3	=D\$3
14	=D\$4	=B\$4	=C\$4		=A\$4	=D\$4	=C\$4		=A\$4	=B\$4	=D\$4
15	=D\$5	=B\$5	=C\$5		=A\$5	=D\$5	=C\$5		=A\$5	=B\$5	=D\$5

Рис. 3.25. Ввод матрицы с использованием абсолютных ссылок

В соответствующие ячейки рабочего листа **Лист1** (рис. 3.23) ввести необходимые подписи данных и формулы для расчета:

Ячейка	Вводимая информация (формула)
D9	det A=
A16	det A ₁ =
E16	det A ₂ =
I16	det A ₃ =
E9	=МОПРЕД(A3:C5)
B16	=МОПРЕД(A13:C15)
F16	=МОПРЕД(E13:G15)
J16	=МОПРЕД(I13:K15)
B8	=ЕСЛИ(\$E\$9=0;"Решения нет";\$B\$16/\$E\$9)
B9	=ЕСЛИ(\$E\$9=0;"";\$F\$16/\$E\$9)
B10	=ЕСЛИ(\$E\$9=0;"";\$J\$16/\$E\$9)

Результаты вычислений представлены на рис. 3.26.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Решение СЛАУ											
2	Матрица А			Столбец В								
3	8	2	-8	-24								
4	-2	-2	-10	-48								
5	-2	4	8	18								
6												
7	Решение X											
8	X ₁ =	3										
9	X ₂ =	-4										
10	X ₃ =	5										
11												
12	Матрица А ₁				Матрица А ₂				Матрица А ₃			
13	-24	2	-8		8	-24	-8		8	2	-24	
14	-48	-2	-10		-2	-48	-10		-2	-2	-48	
15	18	4	8		-2	18	8		-2	4	18	
16	det A ₁ = 1080				det A ₂ = -1440				det A ₃ = 1800			
17												
18												

=ЕСЛИ(Е\$9=0;"Решения нет";\$B\$16/Е\$9)
 =ЕСЛИ(Е\$9=0;"";\$F\$16/Е\$9)
 =ЕСЛИ(Е\$9=0;"";\$J\$16/Е\$9)
 =МОПРЕД(А3:С5)
 =МОПРЕД(А13:С15)
 =МОПРЕД(Е13:G15)
 =МОПРЕД(І13:K15)

Рис. 3.26. Решения СЛАУ методом Крамера

2) Решение системы линейных алгебраических уравнений матричным способом

При матричном способе решения СЛАУ (6) необходимо обе части матричного равенства (2) умножить слева на обратную матрицу A^{-1} . Получится:

$$A^{-1} \times A \times X = A^{-1} \times B.$$

Т.к. $A^{-1} \times A = E$, где E – единичная матрица (диагональная матрица, у которой по главной диагонали расположены единицы). Тогда решение системы (2) запишется в следующем виде

$$X = A^{-1} \times B. \quad (11)$$

Т.е. для решения системы (2) (вычисления вектора-столбца X (4)) необходимо найти для матрицы A (3) обратную A^{-1} и умножить ее справа на вектор-столбец B (5) свободных членов. Для чего, воспользовавшись функциями Excel

МУМНОЖ (матрица1 ; матрица2) и **МОБР (матрица)** , ввести в интервал **B8:B10** следующего рабочего листа **Лист2** формулу:

=МУМНОЖ(МОБР(А3:С5);D3:D5), завершив ввод комбинацией клавиш

Ctrl+Shift+Enter. После чего в строке формул отобразится запись: {=МУМНОЖ(МОБР(А3:С5);D3:D5)}, а в интервале **B8:B10** – решение (рис. 3.27).

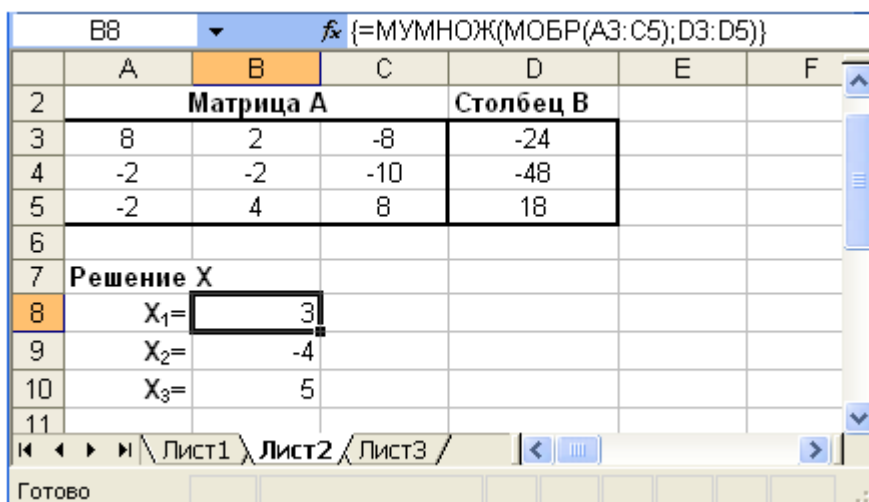


Рис. 3.27. Решения СЛАУ матричным способом

3) Решение системы линейных алгебраических уравнений с помощью Поиска решения

Широкий класс различных задач составляют задачи оптимизации. Задачи оптимизации предполагают поиск значений аргументов, доставляющих функцию, которую называют *целевой* с минимальным или максимальным значением при наличии каких-либо дополнительных ограничений. MS Excel располагает мощным средством для решения задач оптимизации. Это инструмент-надстройка, который называется **Поиск решения**. **Поиск решения** доступен через меню **Сервис - Поиск решения**.

Задачу решения СЛАУ (1) можно свести к оптимизационной задаче. Для чего одно из уравнений (например, первое) надо взять в качестве целевой функции, а оставшиеся $n-1$ рассматривать в качестве ограничений. Запишем систему (1) в виде

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - b_1 = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - b_2 = 0, \\ \dots, \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n - b_n = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Тогда задача оптимизации для **Поиска решения** может звучать следующим образом. Найти значения $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, доставляющие нуль функции, стоящей слева в первом уравнении системы (12), при $n-1$ ограничениях, представленных оставшимися уравнениями.

Для решения этой задачи необходимо записать выражения (формулы) для вычисления значений функций, стоящих слева в уравнениях системы (12). Отведем под эти формулы интервал **C8:C10** текущего рабочего листа **Лист3**.

В ячейку **C8** ввести формулу $=A3*\$B\$8+B3*\$B\$9+C3*\$B\$10-D3$ и скопировать ее в ячейки **C9** и **C10**. В них появятся соответственно $=A4*\$B\$8+B4*\$B\$9+C4*\$B\$10-D4$ и $=A5*\$B\$8+B5*\$B\$9+C5*\$B\$10-D5$.

В программном меню выбрать команду **Сервис - Поиск решения**.

В диалоговом окне Поиск решения (рис. 3.29) задать параметры поиска (установить целевую ячейку **C8** равной нулю, решение в изменяемых ячейках **B8:B10**, ограничения заданы формулами в ячейках **C9** и **C10**).

После щелчка по кнопке **Выполнить** в интервале **B8:B10** получится результат (рис. 3.28) – решение СЛАУ с помощью *Поиска Решения*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Решение СЛАУ									
2	Матрица A			Столбец B						
3	8	2	-8	-24						
4	-2	-2	-10	-48						
5	-2	4	8	18						
6										
7	Решение X		Уравнения							
8	X ₁ =	3	0	→ целевая функция						
9	X ₂ =	-4	0	→ 1-ое ограничение						
10	X ₃ =	5	0	→ 2-ое ограничение						
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										
26										
27										
28										

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Готово

Рис. 3.29. Решения СЛАУ с помощью пакета Поиск решения



Задание.

Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_2 - 13x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 21x_2 - 5x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

- 1) матричным способом;
- 2) методом Крамера.

1) Решение системы линейных алгебраических уравнений матричным способом

Матрица коэффициентов **A** и вектор свободных коэффициентов **b** имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -13 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 21 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$



Технология выполнения задания.

1. Значение матрицы **A** поместить в диапазон ячеек **B1:E4** (рис. 3.29).
2. Значение вектора **b** поместить в ячейки **G1:G4**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	A=	0	1	-13	4	b=	-5
2		1	0	-2	3		-4
3		3	21	0	-5		2
4		4	3	-5	0		3

Рис. 3.29. Исходные данные для решения СЛАУ матричным способом

3. Для вычисления матрицы выделить диапазон **B6:E9** (равный по размерности **B1:E4**).
4. В ячейку **B6** ввести формулу: =МОБР(B1:E4).
При вводе формул рекомендуется использовать мастер функций. Для завершения ввода формулы установить указатель мыши в строку формул и нажать клавиши **Ctrl** + **Shift** + **Enter** (рис. 3.30).
5. Умножить полученную обратную матрицу на вектор **b**. Для этого: выделить диапазон ячеек для хранения результирующего вектора **H6:H9** и ввести формулу =МУМНОЖ(B6:E9;G1:G4), завершить ввод формулы нажатием клавиши **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.
6. Выполнить проверку решения системы уравнений. Выделить диапазон ячеек **I1:I4**, ввести формулу =МУМНОЖ(B1:E4;H6:H9), завершить ввод формулы нажатием клавиши **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.

В результате проведенных вычислений рабочий лист примет вид изображенный на рис. 3.30.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M		
1		0	1	-13	4		-5			-5					
2	A=	1	0	-2	3	b=	-4	Проверка		-4	{=МУМНОЖ(B1:E4;H6:H9)}				
3		3	21	0	-5		2		2						
4		4	3	-5	0		3		3						
5															
6		-0,11047	0,096899	-0,030233	0,24845										
7		0,01163	0,077519	0,055814	-0,06124										
8		-0,0814	0,124031	0,009302	-0,03798										
9		-0,01744	0,383721	0,016279	-0,10814										
10															
11	{=МОБР(B1:E4)}														
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															

Рис. 3.30. Решения СЛАУ матричным способом

2) Решение системы линейных алгебраических уравнений метод Крамера

1. Ввести матрицу **A** и вектор **b** на рабочий лист (см. рис. 3.31).
2. Сформировать четыре вспомогательные матрицы, заменяя последовательно столбцы матрицы **A** на столбец вектора **b** (рис. 3.31).

	A	B	C	D	E	F	G
1	A=	0	1	-13	4	b=	-5
2		1	0	-2	3		-4
3		3	21	0	-5		2
4		4	3	-5	0		3
5							
6	A1=	-5	1	-13	4		
7		-4	0	-2	3		
8		2	21	0	-5		
9		3	3	-5	0		
10							
11	A2=	0	-5	-13	4		
12		1	-4	-2	3		
13		3	2	0	-5		
14		4	3	-5	0		
15							
16	A3=	0	1	-5	4		
17		1	0	-4	3		
18		3	21	2	-5		
19		4	3	3	0		
20							
21	A4=	0	1	-13	-5		
22		1	0	-2	-4		
23		3	21	0	2		
24		4	3	-5	3		

Рис. 3.31. Исходные данные для решения СЛАУ методом Крамера

3. В соответствующие ячейки рабочего листа (рис. 3.32) ввести необходимые подписи данных и формулы для расчета:

Ячейка	Вводимая информация (формула)
H10	d=
H11	d1=
H12	d2=
H13	d3=
H14	d4=
I10	=МОПРЕД(B1:E4)
I11	=МОПРЕД(B6:E9)
I12	=МОПРЕД(B11:E14)
I13	=МОПРЕД(B16:E19)
I14	=МОПРЕД(B21:E24)
J11:J14	X=
K11:K14	=I11/\$I\$10

Результаты вычислений представлены на рис. 3.32.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
1		0	1	-13	4		-5									
2	A=	1	0	-2	3	b=	-4									
3		3	21	0	-5		2									
4		4	3	-5	0		3									
5																
6	A1=	-5	1	-13	4											
7		-4	0	-2	3											
8		2	21	0	-5											
9		3	3	-5	0											
10								d= 2580								
11	A2=	0	-5	-13	4			d1= 2192								
12		1	-4	-2	3			d2= -1136			0,849612					
13		3	2	0	-5			d3= -476			X=	-0,44031				
14		4	3	-5	0			d4= -4488				-0,1845				
15																
16	A3=	0	1	-5	4											
17		1	0	-4	3											
18		3	21	2	-5											
19		4	3	3	0											
20																
21	A4=	0	1	-13	-5											
22		1	0	-2	-4											
23		3	21	0	2											
24		4	3	-5	3											

Рис. 3.32. Решения СЛАУ методом Крамера



Задание.

Решить систему линейных уравнений $A^2X=B$, где значения соответствующих матрицы и вектор-столбца имеют вид:

$$A = \begin{bmatrix} 23 & 7 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$



Технология выполнения задания.

1. Значение матрицы A поместить в диапазон ячеек **A4:B5** (рис. 3.33).
2. Значение столбца свободных членов поместить в ячейки **D4:D5**.
3. В ячейку **A8** ввести формулу:

=МУМНОЖ(МОБР(МУМНОЖ(A4:B5;A4:B5));D4:D5)

При вводе формул рекомендуется использовать мастер функций.

4. Для получения численных результатов решения системы линейных уравнений следует выделить диапазон ячеек **A8:A9**, затем установить указатель мыши в строку формул и нажать клавиши **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Решение системы линейных уравнений						
2							
3	Матрица A			Столбец свободных членов			
4	23	7		3			
5	11	4		2			
6							
7	Вектор решений						
8	-0,44						
9	1,426667						

Рис. 3.33. Решение системы линейных уравнений



Задание.

Вычислить значение квадратичной формы $z=Y^T A^T A Y$ (верхний символ T обозначает операцию транспонирования матрицы или вектор - столбца), если:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$



Технология выполнения задания.

1. Решение задачи представлено на рис. 3.34. Действия, приводящие к решению, аналогично описаны в предыдущих примерах.

2. Формула для ячейки **H5**

{=МУМНОЖ(ТРАНСП(D4:D5);МУМНОЖ(ТРАНСП(A4:B5);МУМНОЖ(A4:B5;D4:D5)))}

3. Ввод формулы необходимо завершить нажатием **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Расчет квадратичной формы							
2						Значение квадратичной формы		
3	Матрица A			Вектор Y				
4	8	2		5		$z=Y^T A^T A Y$		
5	2	9		2		2900		

Рис. 3.34. Вычисление квадратичной формы



Задание.

Даны четыре матрицы A, B, C и D одинаковой размерности, содержащие по 3 строки и по 4 столбца.

Найти: $5A - \cos(B) + C^2 - D$



Технология выполнения задания.

1. На рабочий лист поместить данные соответствующих матриц A, B, C и D (согласно рис. 3.35).
2. В ячейку **F3** ввести подпись: **Результирующая матрица**.
3. Используя команду **Вставка – Объект - вкладка Новый - Тип объекта Microsoft Equation 3.0**, запустить редактор математических формул, с помощью которого формируется написание результирующей матрицы $5A - \cos(B) + C^2 - D$.
4. В ячейку **F7** ввести формулу:
 $=5*A2:D4-COS(A7:D9)+A12:D14*A12:D14-A17:D19$
 и нажать клавишу **Enter**.
5. Выделить диапазон **F7:I9**, установить указатель мыши в строку формул и нажать клавиши **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Матрица A								
2	1	67	0	4					
3	2	8	9	5		Результирующая матрица			
4	3	9	8	6		$5A - \cos(B) + C^2 - D$			
5									
6	Матрица B								
7	4	0	-9	3		-67,3464	3283	-4,08887	45,98999
8	7	8	-1	0		10,2461	7586,146	118,4597	86
9	6	7	6	3		-5,96017	125,2461	2786,04	65,98999
10									
11	Матрица C								
12	5	55	0	4					
13	2	-87	9	-8					
14	-6	9	52	6					
15									
16	Матрица D								
17	98	76	5	-9					
18	3	23	7	2					
19	56	0	-43	1					

Рис. 3.35. Вычисление результирующей матрицы $5A - \cos(B) + C^2 - D$



Задание.

Вычислить матрицу C по формуле: $C=A^2+2AB$, где:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 2 & -13 & 3 \\ 11 & 2 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 11 \\ 4 & 5 & 5 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$



Технология выполнения задания.

1. Ввести исходные данные на рабочий лист (рис. 3.36).
2. Для умножения матрицы A на матрицу B , выделить диапазон **B6:D8** и ввести формулу, используя мастер функций:
 $=\text{МУМНОЖ}(\text{B1:D3};\text{B1:D3})+2*\text{МУМНОЖ}(\text{B1:D3};\text{G1:I3})$
3. Для завершения ввода установить курсор в строку формул и нажать комбинацию клавиши **Ctrl** + **Shift** + **Enter**.

		B6 fx {=МУМНОЖ(B1:D3;B1:D3)+2*МУМНОЖ(B1:D3;G1:I3)}								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	A=	3	9	-2		B=	1	4	11	
2		2	-13	3			4	5	5	
3		11	2	4			11	3	7	
4										
5		C=A ² +2AB								
6	C=	39	8	141						
7		-21	97	-75						
8		207	213	318						

Рис. 3.36. Вычисление результирующей матрицы $C=A^2+2AB$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
9		{=МУМНОЖ(B1:D3;G1:I3)}				{=МУМНОЖ(B1:D3;B1:D3)}			
10	AB=	17	51	64		A ² =	5	-94	13
11		-17	-48	-22			13	193	-31
12		63	66	159			81	81	0
13		{=2*B1:D3*G1:I3}				{=B1:D3/G1:I3}			
14	2AB=	6	72	-44		A/B=	3	2,25	-0,1818
15		16	-130	30			0,5	-2,6	0,6
16		242	12	56			1	0,66667	0,57143

Рис. 3.37. Некоторые вычисления с матрицами

Задания к разделу «Работа с массивами и матрицами»

Задание 1.

Для массива данных X {12,45; 14,67; 0,95; 78,9; 69,39; 0; -66,8; -51,3; 32,9; -18,7; 0; -1,36; 0; 18,97; -0,09; 19,25; 158,36; 0,02; -0,07; 100} вычислить массив согласно варианта задания.

Вариант	Задание
1	Вычислить сумму элементов
2	Найти минимальное число
3	Найти максимальное число
4	Подсчитать количество отрицательных элементов
5	Подсчитать количество положительных элементов
6	Вычислить сумму отрицательных элементов
7	Подсчитать количество элементов, равных 0
8	Вычислить сумму элементов, меньших числа -3
9	Вычислить сумму элементов, больших числа 20
10	Подсчитать количество элементов, не больших числа 50
11	Подсчитать количество элементов, не меньших числа 15
12	Найти сумму квадратов чисел X
13	Найти среднее квадратическое отклонение чисел X
14	Найти среднее арифметическое чисел X
15	Вычислить произведение первых пяти элементов

Задание 2.

Для массива данных X (Выбрать массив, согласно варианта)

Выполнить следующие действия:

1. Найти минимальное число;
2. Найти максимальное число;
3. Подсчитать количество отрицательных элементов;
4. Подсчитать количество положительных элементов;
5. Вычислить сумму отрицательных элементов;
6. Вычислить сумму положительных элементов;
7. Вычислить сумму элементов, меньших заданного числа A ;
8. Вычислить сумму элементов, больших заданного числа A ;
9. Найти сумму квадратов чисел X ;
10. Найти среднее квадратическое отклонение чисел X ;
11. Найти среднее арифметическое чисел;
12. Подсчитать количество элементов, равных 0.

Вариант	Массив	A
1	0,33; 14,7; 82,7; 31,17; 0; -0,7; -8; -52,3; 0; 0,25; 16,5; -14,15;-0,26; -6; 13,07	-5
2	0,15; 4,9; 12,2; 71,25; 0; -0,9; -12,3; -12,7; 0; 0,17; 19,9; -17,05;-0,76; -6,7; 19,09	-2
3	1,25; 13,6; 120,9; 250,4; 0; -0,2; -5; -13,5; 0; 0,19; 29,7; -13,25;-0,16; -9; 14,32	2
4	4,85; 24,9; 81,9; 239,9; 0; -0,78; -2,3; -72,3; 0; -0,02; 21,5; -19,15;-0,16; -4; 12,23	3
5	0,78; 64,5; 382,3; 171,25; 0; -9,2; -3; -32,3; 0; 0,78; 16,7; -18,42;-0,26; -8; 16,32	10
6	7,25; 124,8; 284,5; 272,25; 0; -0,47; -5,6; -89,3; 0; 0, 5; 19,5; -17,25;-1,16; -3; 12,3	8
7	-9,14; 44,5; 262,7; 124,15; 0; -0,8; -5; -172,3; 0; 0,22; 13,5; -54,3;-0,06; -5; 12,03	-8
8	7,3; 12,8; 82,3; 71,45; 0; -0,7; -89; -73,2; 0; 0,95; 12,5; -14,78;-17,35; -44,3; 17,22	-9
9	1,28; 47,8; 89,25; 261,75; 0; -0,5; -9; -9,3; 0; 4,8; 23,5; -15,45;-0,36; -9; 42,36	3
10	2,36; 78,9; 55,3; 215,75; 0; -0,9; -6; -56,7; 0; 0,15; 21,5; -14,25;-0,27; -9; 32,93	-2
11	2,39; 36,7; 78,9; 289,2; 0; -0,9; -8; -78,3; 0; 0,17; 91,2; -37,45;-0,68; -17; 16,96	2
12	17,7; 28,7; 36,96; 256,25; 0; -0,8; -17; -98,6; 0; 0,73; 18,5; -96,25;-6,03; -9; 77,2	-4
13	-0,2; 56,9; 98,7; 36,45; 0; -0,2; -5; -92,9; 0; 0,28; 39,5; -5,25;-2,78; -1,3; 12,28	4
14	2,35; 124,9; 182,3; 172,25; 0; -0,7; -9; -42,8; 0; 0,35; 119,9; -12,35;-0,76; -9; 16,23	-3
15	0,13; 28,7; 127,5; 200; 0; -0,8; -6; -74,1; 0; 0,17; 29,5; -37,55;-1,06; -9; 19,33	5

Задание 3.

Для матрицы X (выбрать массив, согласно варианта) выполнить следующие действия:

1. Умножить каждый элемент матрицы на число 10;
2. Транспонировать матрицу X;
3. Получить массив, у которого каждый элемент строки матрицы X разделен на первый элемент данной строки;
4. Получить матрицу, каждый элемент которой представляет собой целую часть соответствующего элемента матрицы X;
5. Получить матрицу, каждый элемент которой равен абсолютной величине соответствующего элемента матрицы X;
6. Получить матрицу, обратную данной;
7. Вычислить синус от каждого элемента массива X;
8. Подсчитать в массиве количество положительных элементов;
9. Получить массив, у которого каждый элемент строки матрицы X умножен на первый элемент данной строки;
10. Вычислить косинус от каждого элемента массива X.

Вариант	Матрица X	Вариант	Матрица X
1	$\begin{Bmatrix} 7,2 & 3,6 & 4,6 & 6,3 & 0 \\ 4,5 & -2,4 & -5,3 & 0 & 8,1 \\ 6,3 & 7,9 & 8,6 & 10,4 & -1,3 \\ 1,7 & 2,4 & 1,4 & 0,9 & 2,2 \\ 9,5 & 1,7 & -3,8 & 2,7 & -0,6 \end{Bmatrix}$	9	$\begin{Bmatrix} 0,6 & -2,3 & 3,2 & -2,4 & 9,6 \\ -0,8 & 9,6 & 1,8 & 11,2 & 8,1 \\ 3,3 & 0 & 8,7 & 0 & -1,3 \\ -3,8 & 0 & 2,6 & 1,9 & 2,2 \\ 1,6 & 2,6 & -7,8 & 8,1 & -0,6 \end{Bmatrix}$
2	$\begin{Bmatrix} 9,2 & 4,8 & 7,6 & 4,6 & 4,5 \\ 8,6 & -8,6 & -4,7 & -0,18 & 7,6 \\ 4,9 & -7,9 & 1,3 & 10,8 & 7,1 \\ 1,7 & 0,8 & 0 & -4,9 & -2,9 \\ -7,2 & 0 & 7,4 & 1,2 & 1,9 \end{Bmatrix}$	10	$\begin{Bmatrix} 6,1 & 0 & -4,6 & 2,2 & 4,4 \\ 1,3 & -8,4 & 0 & 1,8 & 9,7 \\ 9 & 1,6 & 1,6 & 10,7 & -2,4 \\ 10,7 & 0 & 0 & -1,6 & 4,5 \\ 2,6 & -1,2 & -6,8 & 3,3 & -7,6 \end{Bmatrix}$
3	$\begin{Bmatrix} -3,9 & 0 & 7,6 & 0 & 1,7 \\ 1,2 & -6,2 & 4,9 & -6,2 & 0 \\ 7 & 8,1 & -5,3 & 12,3 & 9,6 \\ 8,7 & -2,1 & 7,1 & 7,9 & 7,4 \\ 5,3 & 0 & 0,9 & 6,3 & -6,8 \end{Bmatrix}$	11	$\begin{Bmatrix} 5 & 7,3 & -6,1 & 0 & -3,1 \\ 9,1 & 4,1 & -4,7 & 0 & 6,7 \\ -4,2 & 9,4 & 10,9 & 4,8 & 2,9 \\ -9,2 & -7,8 & 1,9 & -4,1 & 4,6 \\ 7,5 & 10,2 & -5,7 & 12,3 & 7,1 \end{Bmatrix}$
4	$\begin{Bmatrix} 4,6 & 4,2 & 2,3 & 7,6 & -0,9 \\ 0,9 & 0 & 4,9 & 0,1 & 8,9 \\ 6,3 & 7,4 & 7,1 & 11,2 & 9,1 \\ 1,7 & 1,9 & 0 & 0 & -2,2 \\ 9,5 & 1,8 & -2,9 & -2,7 & -1,32 \end{Bmatrix}$	12	$\begin{Bmatrix} 7,8 & 6,3 & -3,1 & 0,9 & -0,1 \\ 19,1 & 9,1 & -3,7 & 0,3 & 7,7 \\ -8,2 & 7,4 & 12,9 & 7,8 & 9,9 \\ -22,2 & -17,8 & 3,9 & -34,1 & 5,6 \\ 17,5 & 0,2 & -15,7 & 2,3 & 7,9 \end{Bmatrix}$
5	$\begin{Bmatrix} 3,3 & 0 & -3,2 & 0 & 0 \\ -6 & 2,3 & 1,5 & 8,1 & 1,8 \\ 3 & 1,8 & 0 & 1,6 & 10,5 \\ 3,2 & 0 & 0 & 2,6 & 1,6 \\ 6 & -0,8 & 3,3 & -1,3 & -7,6 \end{Bmatrix}$	13	$\begin{Bmatrix} -4,7 & 2,1 & 9,1 & 9,2 & 0,3 \\ 2,1 & -3,6 & -9,7 & 0,3 & 7,2 \\ 8,6 & -7,6 & 6,3 & 12,7 & -6,5 \\ -5,8 & 0,3 & 2,1 & 0 & 7,1 \\ 8,7 & 0 & -3,8 & 8,6 & 0 \end{Bmatrix}$
6	$\begin{Bmatrix} 2,1 & 5,6 & 8,9 & 4,6 & 5,4 \\ -5,6 & -8,6 & -4,7 & -1,6 & 8,1 \\ 7,2 & 8,2 & 1,3 & 11,6 & 7,1 \\ -2,8 & 0,8 & -0,9 & -4,9 & -2,9 \\ 8 & 0,6 & 0 & 1,2 & 2,3 \end{Bmatrix}$	14	$\begin{Bmatrix} 11,2 & 1,2 & 3,9 & 8,2 & -4,3 \\ -6,8 & 7,4 & -8,3 & 1,2 & 7,2 \\ 4,9 & -8,2 & 1,8 & 0 & 4,6 \\ 3,1 & 1,7 & 2,3 & 10,1 & 7,5 \\ -7,6 & -6,2 & -4,8 & 7,2 & -2,1 \end{Bmatrix}$
7	$\begin{Bmatrix} 9,3 & 11,2 & 8,5 & 8,3 & 0,2 \\ 7,2 & -4,2 & 9,1 & 0,9 & -7,4 \\ -4,1 & 7,1 & -8,6 & 0 & 0 \\ 7,2 & 8,2 & 2,4 & 0,9 & -2,2 \\ -1,9 & 4,3 & -3,1 & 0 & -4,2 \end{Bmatrix}$	15	$\begin{Bmatrix} 11,2 & 8,2 & 3,9 & 8,2 & -4,3 \\ -6,8 & 7,4 & -8,3 & 1,2 & 7,2 \\ 4,9 & -8,2 & 1,8 & 0 & 4,6 \\ 3,1 & 1,7 & 2,3 & 10,1 & 7,5 \\ -7,6 & -6,2 & -4,8 & 7,2 & -2,1 \end{Bmatrix}$
8	$\begin{Bmatrix} 17,2 & -2,9 & 6,4 & 5,9 & 0 \\ 14,5 & 14,2 & -6,2 & 0 & -7,2 \\ 16,3 & 4,1 & 9,3 & 11,4 & -2,1 \\ 0,7 & 0 & 1,2 & 1,2 & 2,4 \\ 3,6 & -1,4 & -2,7 & 7,1 & -1,6 \end{Bmatrix}$		

Задание 4.

Решить систему линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными согласно варианта методами Крамера, матричным способом и с помощью пакета Поиск решения:

Вариант 1

$$\begin{aligned}4,2x_1 + 3,84x_2 + 3,43x_3 &= 86,07 \\ 3,86x_1 + 3,34x_2 + 2,87x_3 &= 77,12 \\ 5,40x_1 + 4,82x_2 + 4,30x_3 &= 108,97\end{aligned}$$

Вариант 2

$$\begin{aligned}2,58x_1 + 2,93x_2 + 3,13x_3 &= -6,66 \\ 1,32x_1 + 1,55x_2 + 1,58x_3 &= -3,58 \\ 2,09x_1 + 2,25x_2 + 2,34x_3 &= -5,01\end{aligned}$$

Вариант 3

$$\begin{aligned}3,72x_1 + 3,47x_2 + 3,06x_3 &= 30,74 \\ 4,47x_1 + 4,10x_2 + 3,63x_3 &= 36,80 \\ 4,96x_1 + 4,53x_2 + 4,01x_3 &= 40,79\end{aligned}$$

Вариант 4

$$\begin{aligned}3,40x_1 + 3,26x_2 + 2,90x_3 &= 13,05 \\ 2,64x_1 + 2,39x_2 + 1,96x_3 &= 10,30 \\ 4,64x_1 + 4,32x_2 + 3,85x_3 &= 17,89\end{aligned}$$

Вариант 5

$$\begin{aligned}2,59x_1 + 2,36x_2 + 1,93x_3 &= 12,66 \\ 3,95x_1 + 4,11x_2 + 3,66x_3 &= 21,97 \\ 2,78x_1 + 2,43x_2 + 1,94x_3 &= 13,93\end{aligned}$$

Вариант 6

$$\begin{aligned}2,18x_1 + 2,44x_2 + 2,49x_3 &= -4,34 \\ 2,17x_1 + 2,31x_2 + 2,49x_3 &= -3,91 \\ 3,15x_1 + 3,22x_2 + 3,17x_3 &= -5,27\end{aligned}$$

Вариант 7

$$\begin{aligned}2,69x_1 + 2,47x_2 + 2,07x_3 &= 19,37 \\ 2,73x_1 + 2,39x_2 + 1,92x_3 &= 19,43 \\ 2,93x_1 + 2,52x_2 + 2,02x_3 &= 20,80\end{aligned}$$

Вариант 8

$$\begin{aligned}4,25x_1 + 3,84x_2 + 3,43x_3 &= 86,07 \\ 3,86x_1 + 3,34x_2 + 2,87x_3 &= 77,12 \\ 5,40x_1 + 4,82x_2 + 4,30x_3 &= 108,97\end{aligned}$$

Вариант 9

$$\begin{aligned}4,35x_1 + 4,39x_2 + 3,67x_3 &= 40,15 \\ 4,04x_1 + 3,65x_2 + 3,17x_3 &= 36,82 \\ 3,14x_1 + 2,69x_2 + 2,17x_3 &= 28,10\end{aligned}$$

Вариант 10

$$\begin{aligned}4,59x_1 + 4,24x_2 + 3,82x_3 &= 59,54 \\ 4,83x_1 + 4,36x_2 + 3,88x_3 &= 62,33 \\ 4,06x_1 + 3,53x_2 + 3,01x_3 &= 52,11\end{aligned}$$

Вариант 11

$$\begin{aligned}1,53x_1 + 1,61x_2 + 1,43x_3 &= -5,13 \\ 2,35x_1 + 2,31x_2 + 2,07x_3 &= -3,69 \\ 3,83x_1 + 3,73x_2 + 3,45x_3 &= -5,98\end{aligned}$$

Вариант 12

$$\begin{aligned}3,72x_1 + 3,47x_2 + 3,06x_3 &= 30,74 \\ 4,47x_1 + 4,10x_2 + 3,63x_3 &= 36,80 \\ 4,96x_1 + 4,53x_2 + 4,01x_3 &= 40,79\end{aligned}$$

Вариант 13

$$\begin{aligned}3,19x_1 + 2,89x_2 + 2,47x_3 &= 33,91 \\ 4,43x_1 + 4,02x_2 + 3,53x_3 &= 47,21 \\ 3,40x_1 + 2,92x_2 + 2,40x_3 &= 32,92\end{aligned}$$

Вариант 14

$$\begin{aligned}3,40x_1 + 3,26x_2 + 2,90x_3 &= 13,05 \\ 2,64x_1 + 2,39x_2 + 1,96x_3 &= 10,30 \\ 4,64x_1 + 4,32x_2 + 3,85x_3 &= 17,89\end{aligned}$$

Вариант 15

$$\begin{aligned}2,83x_1 + 2,50x_2 + 2,08x_3 &= 33,28 \\ 3,00x_1 + 2,55x_2 + 2,07x_3 &= 33,59 \\ 3,72x_1 + 3,21x_2 + 2,68x_3 &= 43,43\end{aligned}$$

Задание 5.

Решить систему линейных уравнений $AX=B$ и найти значение квадратичной формы, согласно варианта:

Вариант	Квадратичная форма	Значение матрицы и векторов
1	$z=Y^T A^2 A^T A^2 Y$	$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 & 4 \\ 4 & 1 & 6 & 2 \\ 8 & 3 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$
2	$z=Y^T A^2 A^T A^4 Y$	$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 & 5 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 5 \\ 1 & 9 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
3	$z=Y^T A^3 A^T A^2 Y$	$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
4	$z=Y^T A^T A^3 A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
5	$z=Y^T A^2 A^T A^3 Y$	$A = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 2 & 7 \\ 4 & 9 & 5 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 1 & 5 & 6 & 9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$
6	$z=Y^T A^T A^3 A A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$
7	$z=Y^T A^2 A A^T A A^2 Y$	$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 6 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$
8	$z=Y^T A^T A^3 A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

Продолжение таблицы

Вариант	Квадратичная форма	Значение матрицы и векторов
9	$z=Y^T A^5 A^T A Y$	$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 6 & 8 & 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$
10	$z=Y^T A^3 A^T A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 8 & 2 \\ 5 & 8 & 7 & 3 \\ 5 & 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
11	$z=Y^T A^T A A^2 A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 4 & 7 \\ 3 & 8 & 8 & 5 \\ 9 & 1 & 7 & 3 \\ 2 & 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \\ 9 \end{bmatrix}$
12	$z=Y^T A A^T A^5 A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 4 & 7 \\ 6 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 7 & 3 \\ 2 & 8 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$
13	$z=Y^T A A^T A^2 A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 9 & 1 \\ 9 & 3 & 3 & 8 \\ 8 & 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$
14	$z= Y^T A^3 A A^T A A^2 Y$	$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 6 \\ 4 & 9 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$
15	$z=Y^T A^2 A^3 A^T Y$	$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 9 & 8 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$

Задание 6.

Даны четыре матрицы A, B, C и D одинаковой размерности, содержащие по 4 строки и по 4 столбца, согласно варианта выполнить действия над матрицами

Найти:

1. $\cos(A) - 4B + C^2 + D$
2. $2A - \cos(B) + 4C - D^2$
3. $A^2 - \sin(B) + 4C + D$
4. $7A - \sin(B) - C^2 - D$
5. $3A + B^2 - \sin(C) + D$
6. $A^2 - 4B + \cos(C) + D$
7. Выполнить поэлементное произведение массивов A и B
8. Выполнить поэлементное деление массивов B и C
9. Вычислить сумму массивов A, B и C
10. Вычислить разность массивов A и C

Вариант	Значения матриц			
1	$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 6 \\ 4 & 9 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 2 & -9 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \\ 35 & -3 & 6 & 3 \\ 17 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 12 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & -9 & 11 \\ 6 & 6 & 14 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 3 & 6 \\ -6 & 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 5 & 2 \\ 7 & 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$
2	$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 6 \\ 12 & 7 & 8 & 4 \\ 8 & 9 & 3 & 6 \\ 6 & 4 & 6 & 4 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 9 & 7 & 3 \\ 10 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & 6 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 8 & 9 \\ 6 & -4 & 6 & 6 \\ 7 & 2 & -7 & 12 \\ 4 & 3 & 12 & -9 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 4 & 5 \\ 6 & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 3 & 5 \\ -8 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$
3	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \\ 7 & 10 & 9 & 3 \\ 6 & 8 & 3 & 6 \\ 7 & 4 & 5 & 8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 6 & -7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 17 & 12 & 6 & 3 \\ -7 & -6 & 5 & 9 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 13 \\ 4 & -4 & 8 & 5 \\ 6 & 8 & -3 & 15 \\ 9 & 9 & 17 & -9 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 10 & -4 & 3 & 6 \\ -9 & 7 & 9 & 3 \\ 2 & 9 & 5 & 7 \\ 7 & 6 & 8 & 5 \end{bmatrix}$
4	$A = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 9 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 2 & -5 \\ 3 & 7 & 5 & 5 \\ 7 & -7 & 6 & 7 \\ 8 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 12 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & -9 & 11 \\ 6 & 6 & 14 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 3 \\ -5 & 9 & 4 & 7 \\ 5 & 8 & 3 & 9 \\ 3 & 5 & 5 & -8 \end{bmatrix}$
5	$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 9 & 9 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 8 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 2 & -9 \\ 1 & 9 & 5 & 7 \\ 8 & -3 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 8 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -9 & 9 \\ 7 & 6 & 3 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 9 & -9 & 3 & 5 \\ -3 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 8 & 2 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & -7 \end{bmatrix}$
6	$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 & 6 \\ 4 & 9 & 7 & 2 \\ 9 & 2 & 9 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 2 & -2 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \\ 5 & -7 & 2 & 8 \\ 7 & 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 5 & 8 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & -9 & 7 \\ 6 & 6 & 9 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 6 & -3 \\ -6 & 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 7 & 2 \\ 9 & 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$

Продолжение таблицы


№ варианта	Значения матриц			
7	$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 & 6 \\ 9 & 2 & 7 & 2 \\ 8 & 6 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 2 & -9 \\ 2 & -7 & 5 & 3 \\ 12 & 5 & 6 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & -3 & -6 & -2 \\ 2 & 4 & 11 & 10 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 7 & 8 \\ 2 & -3 & 3 & 6 \\ 4 & 14 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 9 & -4 \end{bmatrix}$
8	$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 3 & 7 & 9 & 3 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 2 & -7 \\ 1 & 7 & 2 & 5 \\ 12 & -3 & 9 & 4 \\ 7 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 12 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & -9 & 11 \\ 6 & 6 & 14 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 3 & 6 \\ -6 & 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 5 & 2 \\ 7 & 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$
9	$A = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 & -9 \\ 4 & 5 & 5 & 2 \\ 8 & -3 & 2 & 3 \\ 9 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 2 & 7 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & -8 & 9 \\ 6 & 9 & 7 & -7 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 5 & 8 \\ -8 & 7 & 9 & 6 \\ 7 & 8 & 6 & 5 \\ 9 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$
10	$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 & 6 \\ 4 & 9 & 3 & 2 \\ 9 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 2 & -9 \\ 1 & 9 & 5 & 3 \\ 12 & -3 & 2 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 5 & 9 \\ 2 & -7 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & -9 & 7 \\ 6 & 3 & -6 & -3 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 7 & -4 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & 3 \\ 5 & 5 & 2 & -5 \end{bmatrix}$
11	$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 9 & 8 & 4 \\ 8 & 7 & 2 & 6 \\ 3 & 8 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 & -6 \\ 1 & 7 & 5 & 2 \\ 3 & -3 & 6 & 23 \\ 7 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 12 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & -9 & 11 \\ 6 & 6 & 14 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 3 & 6 \\ -6 & 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 5 & 2 \\ 7 & 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$
12	$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 9 & 6 \\ 4 & 3 & 7 & 2 \\ 9 & 2 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 & -5 \\ 1 & 7 & 3 & 8 \\ 7 & -2 & 3 & 6 \\ 4 & 4 & 7 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 5 & 9 \\ 4 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & -8 & 3 \\ 6 & 6 & 6 & -4 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 9 & -7 & 3 & 8 \\ -3 & 2 & 7 & 3 \\ 2 & 9 & 5 & 2 \\ 9 & 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$
13	$A = \begin{bmatrix} 8 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 9 & 7 & 4 \\ 6 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 & -2 \\ 1 & 7 & 5 & 7 \\ 9 & -7 & -5 & 3 \\ 8 & 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 5 & 7 \\ 4 & -3 & 2 & 6 \\ 3 & 7 & -9 & 8 \\ 6 & 4 & 9 & -8 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 9 & 6 \\ -6 & 3 & 7 & 9 \\ 3 & 2 & 7 & 2 \\ 2 & 9 & 5 & -5 \end{bmatrix}$
14	$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 & 6 \\ 4 & 7 & 7 & 2 \\ 9 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -10 & 2 & -9 \\ 7 & 2 & 5 & 5 \\ 9 & -3 & 3 & 8 \\ 7 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 5 & 7 \\ 2 & -3 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & -9 & 8 \\ 9 & 6 & 9 & -6 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 7 & -4 & 2 & 9 \\ -6 & 2 & 7 & 3 \\ 2 & 7 & 9 & 5 \\ 7 & 6 & 2 & -5 \end{bmatrix}$
15	$A = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 8 & 12 & 10 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 8 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 4 & -4 \\ 16 & -7 & 7 & 5 \\ 10 & 2 & 8 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 3 & 13 \\ 3 & -6 & 7 & 7 \\ 5 & 4 & -6 & 6 \\ 8 & 2 & 12 & -7 \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 8 & 7 \\ -3 & 6 & 6 & 2 \\ 7 & 7 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & -6 \end{bmatrix}$

ГЛАВА 4. ГРАФИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ MICROSOFT EXCEL

Представление данных в графическом виде позволяет решать самые разнообразные задачи. Основное достоинство такого представления – наглядность.

Термин *диаграмма* в приложении Excel обозначает все виды графического представления числовых данных. Построение графического изображения (рис. 4.1) производится на основе ряда данных[◇]. Так называют группу ячеек с данными в пределах отдельной строки или столбца. На одной диаграмме можно отображать несколько рядов данных.

Диаграмма представляет собой вставной объект. Она может располагаться на том же листе, на котором находятся данные, или на любом другом листе (часто для отображения диаграммы отводят отдельный лист). Диаграмма сохраняет связь с данными, на основе которых она построена, и при обновлении этих данных немедленно изменяет свой вид.

Для построения диаграммы используют *Мастер диаграмм*, запускаемый щелчком на кнопке *Мастер диаграмм*  на стандартной панели инструментов или меню *Вставка - Диаграмма*.

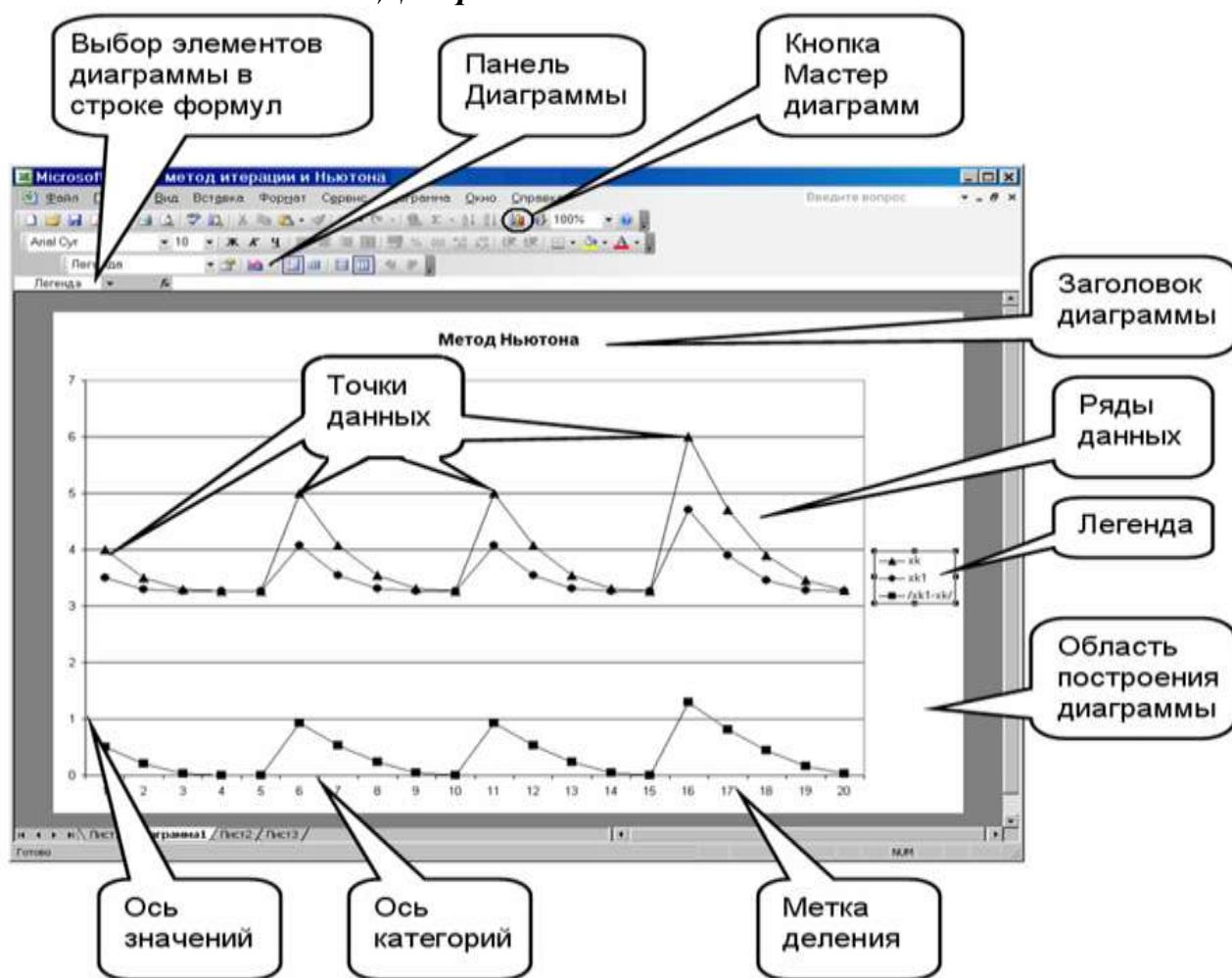


Рис. 4.1. Элементы диаграммы MS Excel

[◇] Ряд данных. Набор связанных между собой элементов данных, отображаемых на диаграмме. Каждому ряду данных на диаграмме соответствует отдельный цвет или способ обозначения, указанный на легенде диаграммы. Диаграммы всех типов, кроме круговой, могут содержать несколько рядов данных

Типы диаграмм

Основные типы диаграмм MS Excel приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1. *Типы диаграмм*

Название	Описание
Стандартные типы диаграмм	
Гистограмма	подчеркивает характер изменения данных. Имеет 7 подтипов
Линейчатая	подчеркивает сопоставление значений данных. Имеет 6 подтипов.
График	отражает изменение значений данных через равные промежутки. Имеет 7 подтипов.
Круговая	может представлять только один ряд данных и позволяет наглядно оценить вклад каждого элемента ряда в общую сумму. Имеет 6 подтипов.
Точечная	представляет две группы чисел в виде одного ряда точек в прямоугольных координатах. По оси X отображаются конкретные значения параметра. Имеет 5 подтипов.
С областями	показывает сумму значений и вклад отдельных значений в общую сумму. Имеет 6 подтипов.
Кольцевая	аналогично круговой показывает вклад каждого элемента в общую сумму, но в отличие от круговой позволяет обрабатывать несколько рядов данных. Каждое кольцо представляет отдельный ряд данных. Имеет 2 подтипа.
Лепестковая	предоставляет каждому элементу свою ось, исходящую из начала координат. Линиями соединяются значения из одного ряда. Позволяет сравнить значения из нескольких рядов данных. Имеет 3 подтипа.
Поверхностная (поверхность)	должна содержать не менее двух рядов данных. Области с одинаковым значением элементов рядов выделяются одинаковым цветом и узором. Имеет 4 подтипа.
Пузырьковая	является разновидностью точечной диаграммы.
Биржевая	отображает наборы данных из трех значений: самый высокий, самый низкий и курс закрытия. Применяется для демонстрации цен акций на бирже.
Цилиндрическая, коническая и пирамидальная	служат для создания визуальных эффектов восприятия объемных гистограмм и объемных линейчатых диаграмм.
Нестандартные типы диаграмм	
На вкладке представлено 20 сформированных типов диаграмм с готовым форматированием.	
Пользовательские форматы диаграмм	

Операции, которые можно проводить с диаграммами


С диаграммами можно проводить следующие операции:

1. Добавлять и удалять ряды данных - с помощью мастера диаграмм либо из контекстного меню диаграммы командой **Исходные данные**. Возможно также использование клавиши **Delete**, перетаскивание мышью данных на построенную диаграмму и др.
2. Изменять (редактировать) данные в диаграмме и на рабочем листе - с помощью средства **Подбор параметра** (если данные, на которых построена диаграмма, выражены через формулу).
3. Переставлять ряды данных на диаграмме - это касается, в основном, диаграмм гистограммного типа.
4. Вставлять текст в любом месте диаграммы - выделить диаграмму (т. е. щелкнуть на ней мышью), а затем в строке формул ввести необходимый текст, который можно буксировать по всей диаграмме и форматировать как надпись.
5. Редактировать, форматировать и добавлять различные элементы диаграмм - с помощью контекстного меню для необходимого объекта диаграммы.
6. Изменять пространственную ориентацию трехмерных диаграмм - выделить диаграмму и воспользоваться командой меню **Диаграмма - Объемный вид**, можно также щелкнуть мышью на конце любой оси координат - появятся черные крестики, а затем, удерживая мышью на любом из них, изменять расположение трехмерной диаграммы в пространстве.
7. Добавлять различные графические объекты (например, стрелки, выноски и т. д.) - с помощью кнопок панели инструментов **Рисование** либо посредством команд меню **Вставка - Рисунок**.
8. Настраивать оси и выбирать шкалу - с помощью контекстного меню для данной оси.
9. Строить составные диаграммы (различные типы графиков в одной системе координат) - используя нестандартные типы диаграмм.
10. Изменять типы диаграмм - выбрав команду **Тип диаграммы** из ее контекстного меню.
11. Создавать рисованные диаграммы (вместо цветовой заливки - рисунки). В данном случае необходимо выбрать некоторый ряд данных и использовать для него команду контекстного меню **Формат рядов данных**.
12. Связывать текст на диаграмме с ячейками рабочего листа.
13. Создавать диаграммы на основе структурированных данных.
14. Применять диаграммы для анализа данных, т. е. строить различные линии тренда и делать прогнозы.



Рекомендации по построению диаграмм

Работа по построению диаграмм предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить диапазон изменения и диапазон значений для диаграммы.
2. Выделить подготовленный диапазон и воспользоваться мастером построения диаграмм (вызывается командой **Вставка - Диаграмма** либо кнопкой *Мастера диаграмм*  панели инструментов **Стандартная**).
3. Отформатировать полученную диаграмму.



Задание.

Построить диаграмму по результатам годовых поставок товара в период с 2001 года по 2010 год.




Технология выполнения задания.

Для выполнения задания:

1. Ввести данные на рабочий лист в соответствии с рис. 4.2.

	А	В	С	
1	Выполнение плана поставок			
2				
3	Год	Объем		
4	2001	43000		
5	2002	25000		
6	2003	15000		
7	2004	20000		
8	2005	21300		
9	2006	24200		
10	2007	30100		
11	2008	50100		
12	2009	48200		
13	2010	52100		

Рис. 4.2. Подготовка данных для построения диаграммы

2. Выделить диапазон ячеек **В4:В13** и выполнить команду **Вставка – Диаграмма** или нажать кнопку *Мастера диаграмм*  на Стандартной панели инструментов.
3. На экране появится диалоговое окно: **Мастера диаграмм (шаг 1 из 4): тип диаграммы**. В списке **Тип**: выбрать *Гистограмма*, в списке **Вид** - вид графика, например *Объемный вариант обычной гистограммы* (рис. 4.3).

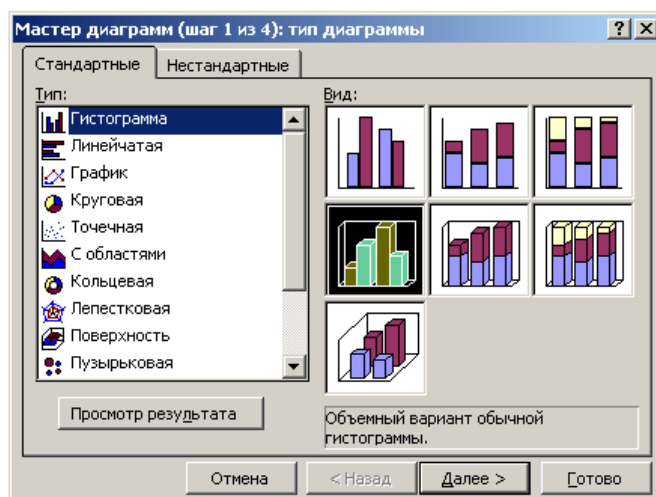


Рис. 4.3. Диалоговое окно *Мастер диаграмм (шаг 1 из 4): тип диаграммы*

4. Щёлкнуть по кнопке **Далее**, откроется второе диалоговое окно: **Мастер диаграмм (шаг 2 из 4): источник данных диаграммы**. Здесь высветится образец диаграммы, а в окне **Диапазон данных** обозначатся адреса рабочих ячеек: =Лист1!\$B\$4:\$B\$13.
5. Во вкладке **Ряд** установить курсор в окне Подписи оси X:.. Выделить в таблице диапазон ячеек **A4:A13**.

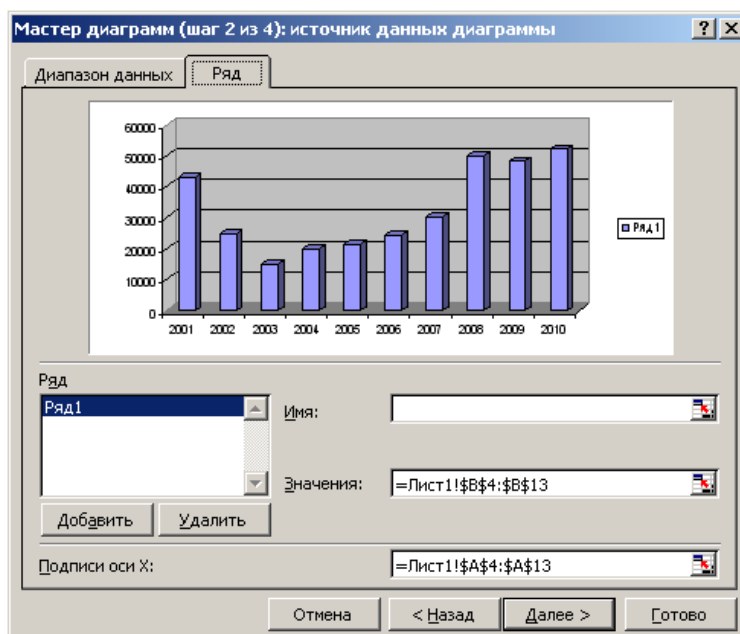


Рис. 4.4. Диалоговое окно *Мастер диаграмм (шаг 2 из 4): источник данных диаграммы*

6. Щёлкнуть по кнопке **Далее** откроется диалоговое окно: **Мастер диаграмм (шаг 3 из 4): параметры диаграммы**. На этом шаге выбрать вкладку **Заголовки** и ввести название диаграммы, например, *Выполнение плана поставок*, подписи осей - X (категорий): *Год* и Y(значений): *Объем*.
7. Выбрать вкладку **Легенда** убрать в **Добавить легенду** (так как легенда - обозначение графиков различных функций различными цветами). Нажать кнопку **Далее**.
8. На последнем этапе в окне **Мастер диаграмм (шаг 4 из 4): размещение**

диаграммы указать, на каком листе поместить построенный график, для этого: установить переключатель - Поместить диаграмму на листе: **имеющемся**.

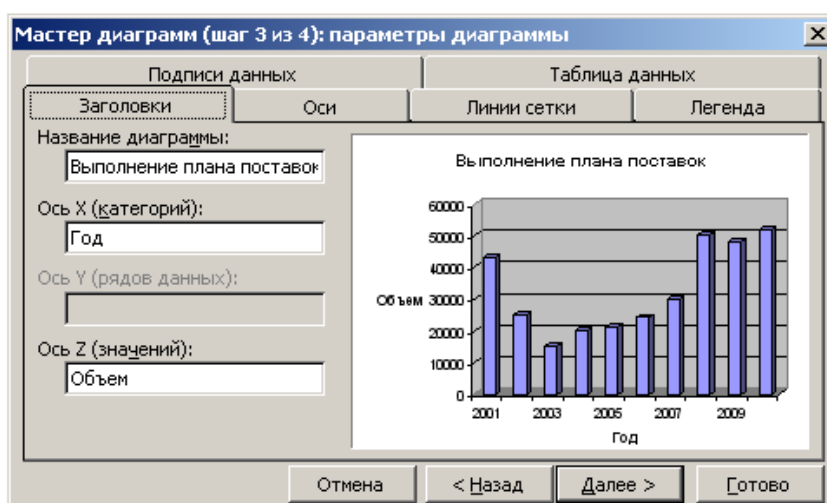


Рис. 4.5. Диалоговое окно *Мастер диаграмм (шаг 3 из 4): параметры диаграммы*

После выполнения всех действий и редактирования диаграмма примет вид:



Рис. 4.6. *Отформатированная диаграмма*



Рекомендации по построению графиков функций

Работа по построению графиков функций предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить диапазон области определения функции (или функций) с помощью маркера автозаполнения.
2. Рассчитать значение функции (функций) на данном диапазоне, используя формулы и функции рабочего листа MS Excel и маркер автозаполнения.
3. Выделить диапазон области определения и области значения функции (функций) и воспользоваться мастером построения диаграмм. Для построения графиков лучше использовать типы диаграмм **График** и **Точечная**. При неравностоящих значениях аргумента следует пользоваться только **точечной** диаграммой
4. Отформатировать полученный график (графики).



Задание.

Построить в одной системе координат графики функций $Y=\cos(\pi x)$ и $Y_1=0,5\sin^2(x)$, $x\in[-4;4]$, $\Delta x=0,5$




Технология выполнения задания.


1. В ячейку **A1** ввести заголовок: **Вычисление функций $y=f(x)$ и $y_1=g(x)$**
2. В ячейку **A2** ввести название переменной - **x**, в ячейку **B2** - **y**, **C2** - **y1**.
3. В диапазон ячеек **A3:A19** ввести значения переменной x : -4; -3,5; -3...4, используя способ автозаполнения.
4. В ячейку **B3** ввести формулу для вычисления функции y : $=\text{COS}(\text{ПИ}()*\text{A3})$
Скопировать формулу в ячейки **B4:B19**.
5. В ячейку **C3** ввести формулу для вычисления функции y_1 : $=0,5*(\text{SIN}(\text{A3}))^2$.
Скопировать формулу в ячейки **C4:C19**.
В ячейках **B3:C19** получим значения функций y и y_1 при соответствующих значениях аргумента x (рис. 4.7).

	А	В	С
1	Вычисление функций $y=f(x)$ и $y_1=g(x)$		
2	x	y	y1
3	-4	$=\text{COS}(\text{ПИ}()*\text{A3})$	$=0,5*(\text{SIN}(\text{A3}))^2$
4	-3,5	-4,28802E-16	0,061524436
5	-3	-1	0,009957428
6	-2,5	3,06287E-16	0,179084454
7	-2	1	0,413410905
8	-1,5	-1,83772E-16	0,497498124
9	-1	-1	0,354036709
10	-0,5	6,12574E-17	0,114924424
11	0	1	0
12	0,5	6,12574E-17	0,114924424
13	1	-1	0,354036709
14	1,5	-1,83772E-16	0,497498124
15	2	1	0,413410905
16	2,5	3,06287E-16	0,179084454
17	3	-1	0,009957428
18	3,5	-4,28802E-16	0,061524436
19	4	1	0,286375008

Рис. 4.7. Результат решения задачи

Построение графиков функций

1. Выделить диапазон ячеек **B2:C19**. Вызвать **Мастер диаграмм**, щелкнув по кнопке  на панели инструментов.
2. На первом шаге, в диалоговом окне в списке **Тип** выбрать *График*, в списке **Вид** – *График с маркерами, помечающими точки данных*. Щелкнуть по кнопке **Далее**.
3. На втором шаге, в диалоговом окне **Источник данных диаграммы** высветится образец диаграммы. На вкладке **Диапазон данных** в текстовом поле **Диапазон** указан диапазон ячеек: $=\text{Лист1}!\$B\$2:\$C\19 . Выбрать вкладку **Ряд**. Щелкнуть левой кнопкой мыши в текстовом поле **Подписи оси X**: и выделить в таблице диапазон ячеек **A3:A19**. Щелкнуть по кнопке **Далее**.
4. На третьем шаге, на вкладке **Заголовки** вводятся название диаграммы – **График функций $y=f(x)$ и $y_1=g(x)$** , подписи осей x и y, y_1 . На вкладке **Легенда** установить флажок **Добавить легенду**. Щелкнуть по кнопке **Далее**.
5. В диалоговом окне **Размещение диаграммы** указать, лист для размещения графика. Щелкнуть по кнопке **Готово**.
6. Отредактировать диаграмму, задав необходимое положение на листе и размеры, установить белый фон поля. Щелкнуть правой кнопкой мыши по ли-

- нии графика y и в контекстном меню выбрать пункт  **Формат рядов данных...**.
7. В открывшемся диалоговом окне *Формат ряда данных* во вкладке *Вид* (рис. 4.8) указать соответствующие параметры и щелкнуть по кнопке **ОК**.

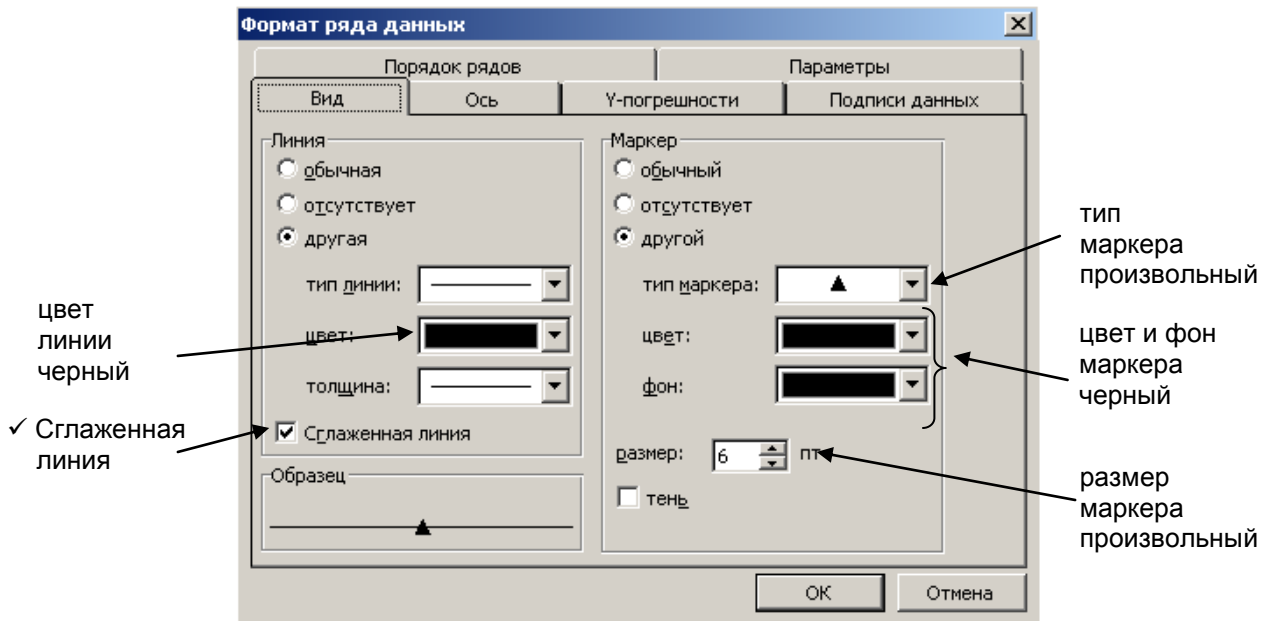


Рис. 4.8. Диалоговое окно *Формат ряда данных* вкладка *Вид*

Для графика y_1 выполнить аналогичные действия.

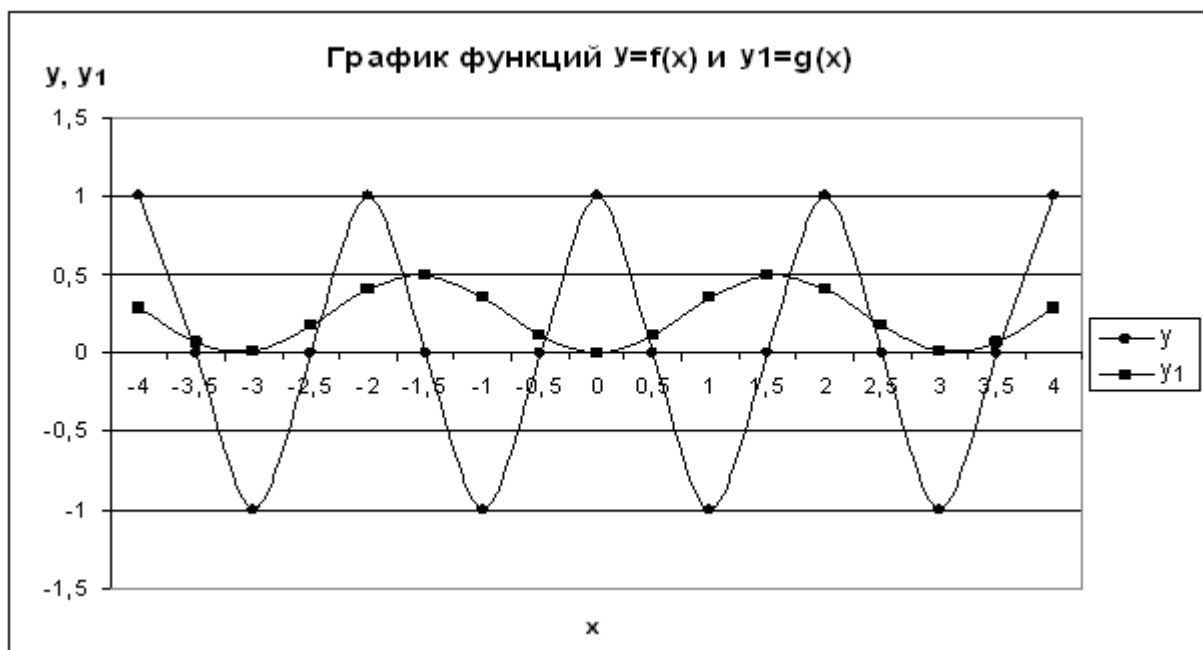


Рис. 4.9. График функций $y=f(x)$, $y_1=g(x)$,



Задание

Построить график функции: $y = \cos^3(\pi x)$ $x \in [0;2]$, $\Delta x = 0,1$



Технология выполнения задания.

1. В ячейку **B2** ввести заголовок **График функции** (рис. 4.10).
2. Используя команду **Вставка / Объект / вкладка Новый / Тип объекта Microsoft Equation 3.0**, запустить редактор формул, с помощью которого формируется написание математической формулы $y = \cos^3(\pi x)$.
3. В ячейки **A5** и **B5** ввести заголовки столбцов: **Аргумент** и **Значение функции** соответственно.
4. В диапазон ячеек **A6:A26** ввести значение аргумента, используя способ автозаполнения.
В ячейку **B6** ввести формулу: $=(\text{COS}(\text{ПИ}()*\text{A6}))^3$ и нажать клавишу **Enter**.
6. Скопировать формулу в диапазон ячеек **B6:B26**.
7. Построить график функции с помощью мастера диаграмм.
8. Отформатировать полученный график.

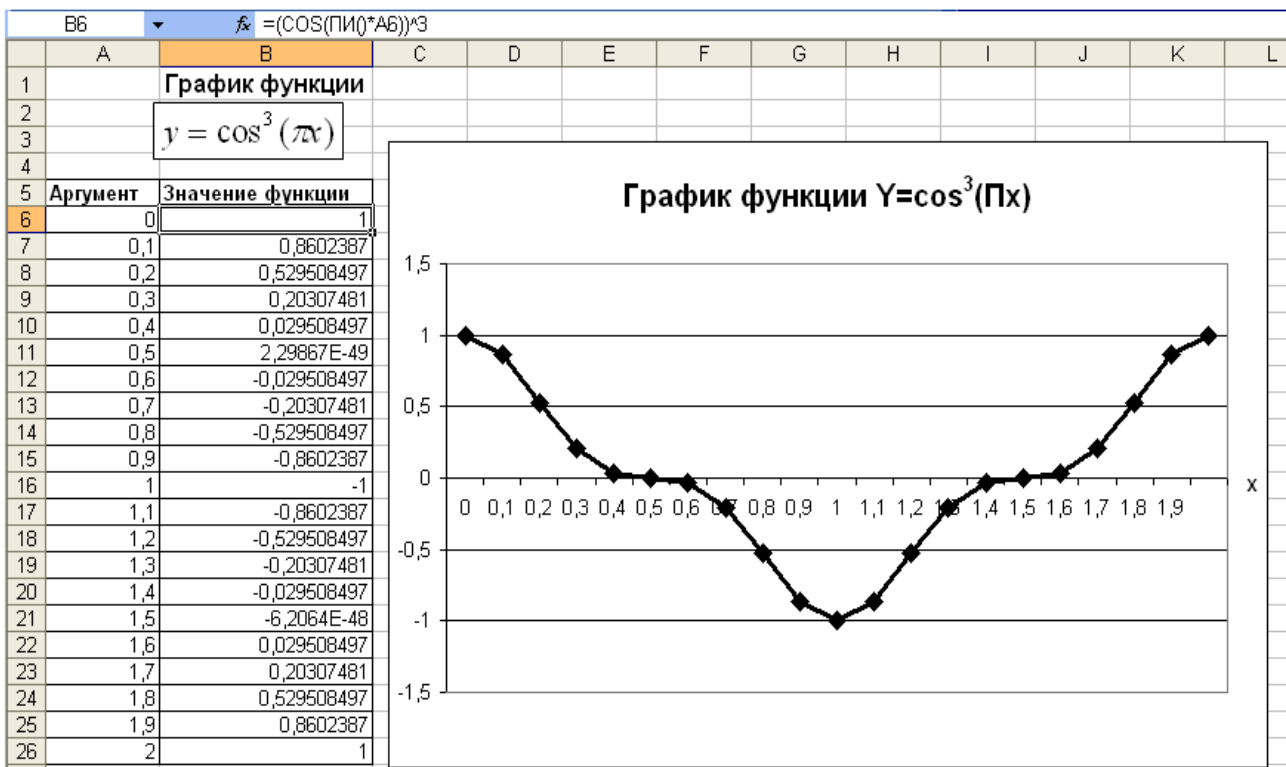


Рис. 4.10. Пример построения графика функции



Задание .

Построить график функции $y = e^{x+a} \sqrt{bx}$, $x \in [1;3]$, $\Delta x = 0,2$, при $a = 2,5$; $b = 0,5$.



Технология выполнения задания .

1. Ввести исходные данные рис. 4.11.
2. Ввести формулу, для расчета функции y , используя встроенные функции MS Excel. Если формула введена, верно, то в ячейке **В3** вместо формулы появится результат вычислений, а в строке формул будет отображена формула:
=EXP(A3+C3)*КОРЕНЬ(D3*A3)
3. Для запрета изменения адреса ячеек **С3** и **Д3** при копировании, выполнить следующие действия: установить курсор в ячейку **В3** и щелкнуть левой кнопкой мыши в строке формул перед адресом ячейки **С3** и нажать клавишу **[F4]**, щелкнуть перед адресом ячейки **Д3** и нажать клавишу **[F4]**, нажать клавишу **[Enter]**.
Формула примет вид: =EXP(A3+\$C\$3)*КОРЕНЬ(\$D\$3*A3).
4. Скопировать формулу в ячейки **В4:В13**, используя способ автозаполнения. В ячейках **В3:В13** получим значения функции Y при соответствующих значениях аргумента.

	А	В	С	Д	Е
1	Табулирование функции $y=f(x)$				
2	х	у	а	б	
3	1	23,4162	2,5	0,5	
4	1,2	31,3303			
5	1,4	41,3331			
6	1,6	53,9700			
7	1,8	69,9178			
8	2	90,0171			
9	2,2	115,3136			
10	2,4	147,1071			
11	2,6	187,0137			
12	2,8	237,0417			
13	3	299,6852			

← строка формул

← маркер заполнения

Рис. 4.11. Результат решения задачи

5. Построить график функции с помощью мастера диаграмм (рис. 4.12).
6. Отредактировать диаграмму, задав необходимое положение и размеры на листе; установить белый фон поля.

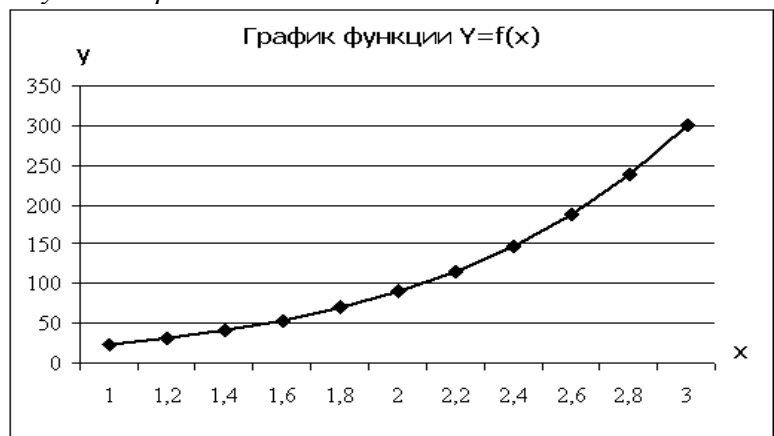


Рис. 4.12. График функции $y=f(x)$



Рекомендации по построению некоторых алгебраических и трансцендентных линий на плоскости

Часто различные линии на плоскости задаются в полярных координатах, общее уравнение которых можно записать в виде:

$$f(\rho, \varphi) = 0,$$

где ρ, φ - полярные координаты.

Если линия задана уравнением $\rho = \rho(\varphi)$ в полярных координатах, то ее уравнение в декартовых координатах можно записать в виде:

$$x = \rho(\varphi) \cos \varphi,$$

$$y = \rho(\varphi) \sin \varphi.$$

Итак, зная уравнение линии в полярных координатах, легко построить график в декартовой системе координат. Для этого следует:

1. Подготовить диапазон изменения координаты φ .
2. Рассчитать значение функции на данном диапазоне в полярных координатах

$$\rho = \rho(\varphi).$$

3. Рассчитать значения x и y в декартовой системе координат по формулам:

$$x = \rho \cos \varphi,$$

$$y = \rho \sin \varphi.$$

4. Выделить диапазон области определения и области значения функции, т.е. все значения x и y на рабочем листе, и воспользоваться мастером построения диаграмм. Для построения графиков использовать тип диаграммы **Точечная**.
5. Отформатировать полученный график.

Учитывая приведенные рекомендации, легко построить также и линии на плоскости, заданные параметрически.



Задание .

Построить функцию, заданную уравнением в полярных координатах:

$$\rho = a \sin(3\varphi).$$



Технология выполнения задания .

1. Формулы для расчета приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2. Расчетные формулы для построения трехлепестковой розы

Координата	Ячейка	Значение
φ	A2	Значения
ρ	B2	= 6 * SIN(3 * A2)
x	D2	= B2 * COS(A2)
y	E2	= B2 * SIN(A2)

2. Рассчитанные значения приведены на рис. 4.13.

3. Построенный график функции показан на рис. 4.14.

Microsoft Excel - График полярные

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Аннотация 10 100%

А1 =82*COС(A2)

	A	B	C	D	E
1	ϕ	ρ		x	y
2	0	0		0	0
3	0,05	0,896629		0,895508	0,044813
4	0,1	1,773121		1,764263	0,177017
5	0,15	2,609793		2,580488	0,390003
6	0,2	3,387855		3,320323	0,673063
7	0,25	4,089833		3,96269	1,011841
8	0,3	4,699961		4,490045	1,388934
9	0,35	5,204539		4,889002	1,784625
10	0,4	5,592235		5,150789	2,177719
11	0,45	5,85434		5,271524	2,546436
12	0,5	5,98497		5,252305	2,869347
13	0,55	5,98119		5,099111	3,126292
14	0,6	5,843086		4,822507	3,299254
15	0,65	5,573758		4,437179	3,373163
16	0,7	5,179256		3,961314	3,336568
17	0,75	4,668439		3,415845	3,182189
18	0,8	4,052779		2,823598	2,907286
19	0,85	3,346102		2,208371	2,513861
20	0,9	2,564279		1,593982	2,008669
21	0,95	1,724868		1,003327	1,403034
22	1	0,84672		0,457485	0,71249
23	1,05	0,05044		0,0251	0,04376

Рис. 4.13. Рассчитанные значения для построения трехлепестковой розы

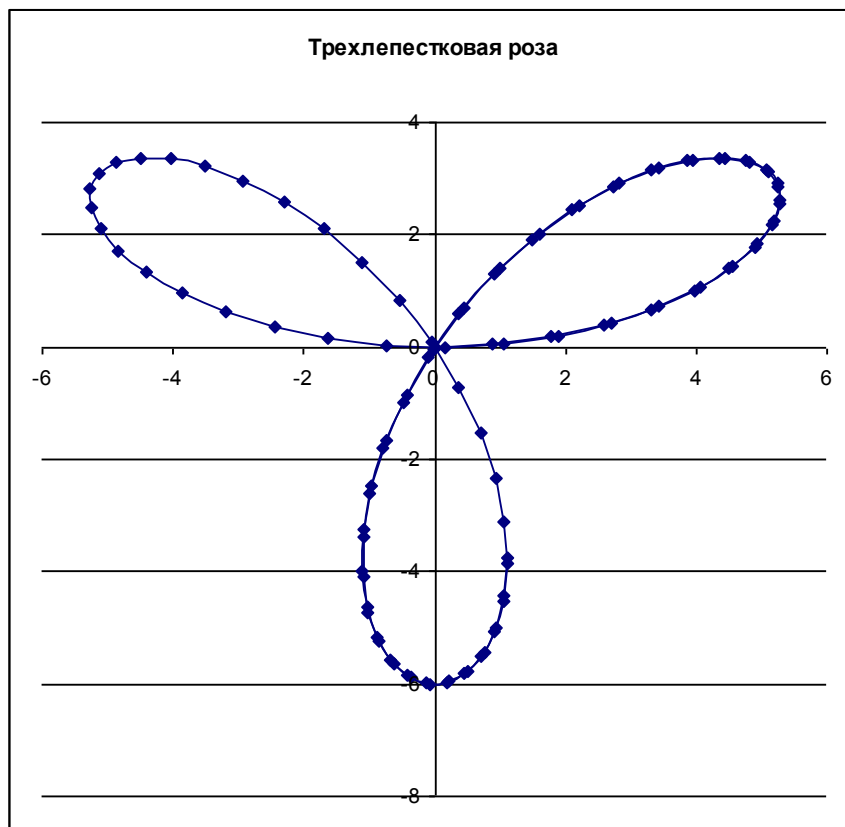


Рис. 4.14. График трехлепестковой розы



Рекомендации по построению поверхности

Работа по построению поверхности предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить диапазон изменения функции по двум координатам, расположив изменения одной координаты вдоль некоторого столбца вниз, а другой – вдоль прилегающей строки вправо.
2. Ввести на пересечении координат необходимую формулу для построения поверхности и воспользоваться маркером автозаполнения для ее копирования на всю область построения поверхности.
3. Выделить подготовленные данные и воспользоваться мастером построения диаграмм (тип диаграммы – **Поверхность**).
4. Отформатировать полученную поверхность.



Задание.

Построить поверхность функции $s = bx\sqrt{x + 3,5}tg(tx + 2,1)$, $x \in [1;2]$, $\Delta x = 0,1$; $t \in [0;1]$, $\Delta t = 0,2$.




Технология выполнения задания.

1. В ячейку **A1** ввести заголовок: **Табулирование функции $s=f(x,t)$**
2. В диапазон ячеек **B2:G2** ввести значения переменной **t**: 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1, а в диапазон ячеек **A4:A14** - значения переменной **x**: 1; 1,1;... 2. В диапазон ячеек **B3:G3** ввести **s1, s2, s3, s4, s5, s6** (см. рис. 4.15).
3. Для ввода числового ряда использовать способ автозаполнения.
4. В ячейку **B4** ввести формулу:
 $=3,5*\$A4*\text{КОРЕНЬ}(\$A4+3,5)*\text{TAN}(B\$2*\$A4+2,1)$
5. Выделить ячейку **B4**, установить указатель мыши на маркере заполнения и скопировать формулу в диапазон **B4:G14**.

B4		fx = 3,5*\$A4*КОРЕНЬ(\$A4+3,5)*TAN(B\$2*\$A4+2,1)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	Табулирование функции $s=f(x,t)$						
2	t	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
3	x	s1	s2	s3	s4	s5	s6
4	1	-12,694963	-8,3097373	-5,5463576	-3,5098236	-1,8294667	-0,3089879
5	1,1	-14,118767	-8,8777983	-5,6684709	-3,3133415	-1,3460605	0,4828379
6	1,2	-15,568808	-9,4051783	-5,7288377	-3,0335303	-0,7445854	1,4545462
7	1,3	-17,044692	-9,892967	-5,728712	-2,6688564	-0,0158765	2,6348564
8	1,4	-18,546043	-10,342109	-5,6688393	-2,2167077	0,8522012	4,0629852
9	1,5	-20,072499	-10,753419	-5,5495183	-1,6734047	1,8753123	5,7929821
10	1,6	-21,623712	-11,127595	-5,3706465	-1,034164	3,07349	7,9007372
11	1,7	-23,199348	-11,465232	-5,1317525	-0,2930166	4,4723507	10,495677
12	1,8	-24,799083	-11,766827	-4,8320186	0,5573223	6,1048513	13,741153
13	1,9	-26,422607	-12,032792	-4,4702944	1,5256367	8,013849	17,892048
14	2	-28,069619	-12,263458	-4,0451031	2,6224589	10,255903	23,369259

Рис. 4.15. Результат решения задачи

Построение поверхности¹ функции

1. Выделить диапазон ячеек **B3:G14**. Вызвать **Мастер диаграмм**, щелкнув по кнопке  на панели инструментов.
2. На первом шаге, в диалоговом окне в списке **Тип** выбрать *Поверхность*, в списке **Вид** – *Отображает изменение значений по двум измерениям, в виде поверхности*. Щелкнуть по кнопке **Далее**.
3. На втором шаге, в диалоговом окне **Источник данных диаграммы** высветится образец диаграммы. На вкладке **Диапазон данных** в текстовом поле **Диапазон** указан диапазон ячеек: `=Лист1!B3:G14`. Выбрать вкладку **Ряд**. Щелкнуть левой кнопкой мыши в текстовом поле **Подписи оси X:** и выделить в таблице диапазон ячеек **A4:A14**. Щелкнуть по кнопке **Далее**.
4. На третьем шаге, на вкладке **Заголовки** ввести название диаграммы – **Поверхность функции $s=f(x,t)$** , подписи осей **x** и **t**. На вкладке **Легенда** отключить флажок **Добавить легенду**. Щелкнуть по кнопке **Далее**.
5. На четвертом шаге **Размещение диаграммы** указать, лист для размещения графика. Щелкнуть по кнопке **Готово**.
6. Отредактировать диаграмму, задав необходимые размеры и положение на листе, установить белый фон поля.

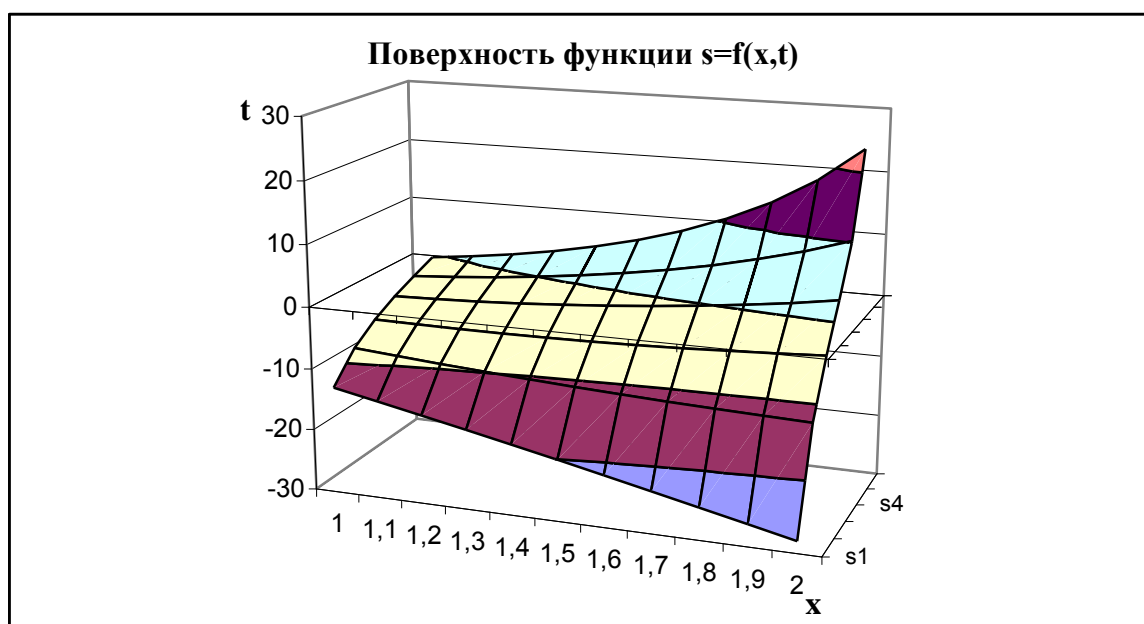


Рис. 4.16. Поверхность функции $s=f(x,t)$

¹ Поверхность функции показывает низкие и высокие точки поверхности. Эти диаграммы используются для набора данных, которые зависят от двух переменных.



Задание .

Построить поверхность: $z = \frac{x^3}{2} - (y + 2)^2$.



Технология выполнения задания.

1. Подготовленный диапазон представлен на рис. 4.17.
2. Формула для расчета (ячейка **В3**): $=\$A^3/2-(B\$2+2)^2$
3. Построенная поверхность показана на рис. 4.18.

	В3	fx = \$A^3/2-(B\$2+2)^2								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	x\y	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1
3	-1	-1,5	-2,0625	-2,75	-3,5625	-4,5	-5,5625	-6,75	-8,0625	-9,5
4	-0,75	-1,21094	-1,77344	-2,46094	-3,27344	-4,21094	-5,27344	-6,46094	-7,77344	-9,21094
5	-0,5	-1,0625	-1,625	-2,3125	-3,125	-4,0625	-5,125	-6,3125	-7,625	-9,0625
6	-0,25	-1,00781	-1,57031	-2,25781	-3,07031	-4,00781	-5,07031	-6,25781	-7,57031	-9,00781
7	0	-1	-1,5625	-2,25	-3,0625	-4	-5,0625	-6,25	-7,5625	-9
8	0,25	-0,99219	-1,55469	-2,24219	-3,05469	-3,99219	-5,05469	-6,24219	-7,55469	-8,99219
9	0,5	-0,9375	-1,5	-2,1875	-3	-3,9375	-5	-6,1875	-7,5	-8,9375
10	0,75	-0,78906	-1,35156	-2,03906	-2,85156	-3,78906	-4,85156	-6,03906	-7,35156	-8,78906
11	1	-0,5	-1,0625	-1,75	-2,5625	-3,5	-4,5625	-5,75	-7,0625	-8,5

Рис. 4.17. Подготовленный диапазон данных для построения поверхности

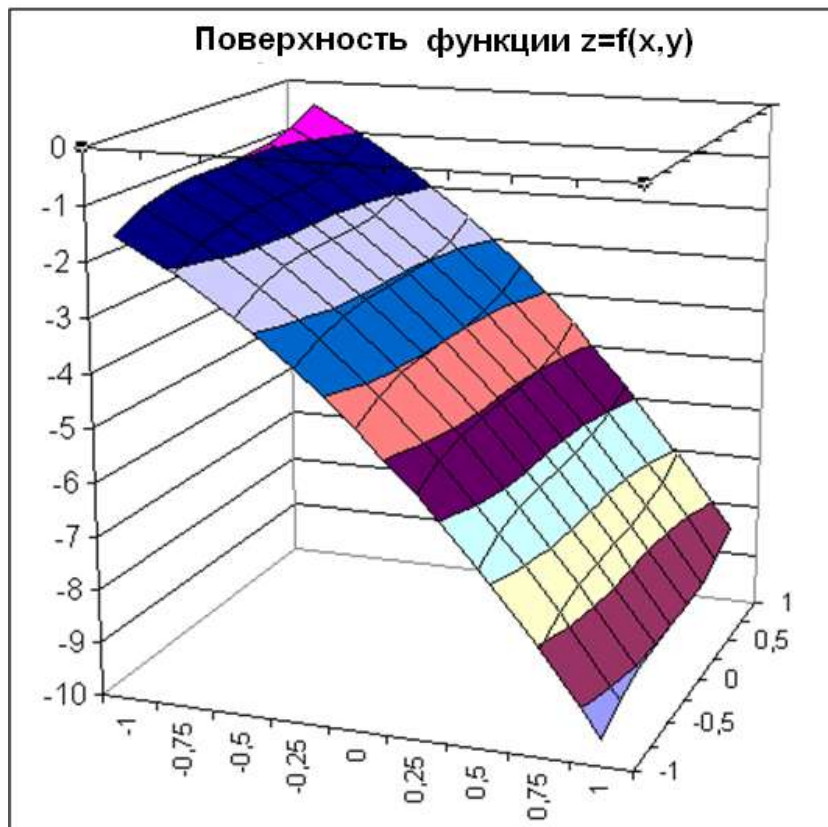


Рис. 4.18. Поверхность функции $z=f(x,y)$



Построение поверхностей второго порядка (случай, когда третья координата входит в уравнение поверхности в квадрате)

Работа по построению поверхности второго порядка предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить диапазон изменения функции по двум координатам, расположив изменения одной координаты вдоль некоторого столбца вниз, а другой – вдоль прилегающей строки вправо.

Внимание

Здесь требуется учесть следующую особенность – в диапазоне изменения функции необходимо дублировать значения координат.

2. Ввести на пересечении координат необходимую формулу для построения поверхности и воспользоваться маркером автозаполнения для ее копирования на всю область построения поверхности.

В формуле следует учесть поправку на положительные и отрицательные значения квадратного корня на данной области определения.

3. Выделить подготовленные данные и воспользоваться мастером построения диаграмм (тип диаграммы – **Поверхность**).
4. Отформатировать полученную поверхность.



Задание .

Построить сферу: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.



Технология выполнения задания .

1. Подготовить диапазон области определения функции в соответствии с рис. 4.19. В диапазон **B5:B46** вводятся значения от -1 до 1 с шагом 0,1, причем каждое значение дублируется последовательно дважды. Аналогично вводятся значения и для диапазона **C4:AR4**.
2. Формула для ячейки **C5**:
`=КОРЕНЬ(1-$B5*$B5-C$4*C$4)*ЕСЛИ(ОСТАТ($A6;2)=0;1;-1)`
3. В диапазон ячеек **A6:A47** добавить повторяющиеся числа 2 и 3 (для использования в формуле).
4. Выделить диапазон ячеек **B4:AR46** и воспользоваться мастером построения диаграмм.
5. Отформатировать полученную сферу.

Microsoft Excel - СФЕРА

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Справка

Анализ

C5 =КОРЕНЬ(1-\$B5-\$C5+\$C5^4)*ЕСЛИ(ОСТАТ(\$A6,2)=0,1,-1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2																		
3																		
4	Вспомогательные числа																	
5		-1	-1	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	
6	2	-1	-1	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	
7	3	-0,9	-0,9	0,73205	0,73205	0,616228	0,616228	0,516228	0,516228	0,416228	0,416228	0,316228	0,316228	0,216228	0,216228	0,116228	0,116228	
8	2	-0,9	-0,9	0,73205	0,73205	0,616228	0,616228	0,516228	0,516228	0,416228	0,416228	0,316228	0,316228	0,216228	0,216228	0,116228	0,116228	
9	3	-0,8	-0,8	0,591608	0,591608	0,491608	0,491608	0,391608	0,391608	0,291608	0,291608	0,191608	0,191608	0,091608	0,091608	0,091608	0,091608	
10	2	-0,8	-0,8	0,591608	0,591608	0,491608	0,491608	0,391608	0,391608	0,291608	0,291608	0,191608	0,191608	0,091608	0,091608	0,091608	0,091608	
11	3	-0,7	-0,7	0,447214	0,447214	0,347214	0,347214	0,247214	0,247214	0,147214	0,147214	0,047214	0,047214	0,047214	0,047214	0,047214	0,047214	
12	2	-0,7	-0,7	0,447214	0,447214	0,347214	0,347214	0,247214	0,247214	0,147214	0,147214	0,047214	0,047214	0,047214	0,047214	0,047214	0,047214	
13	3	-0,6	-0,6	0,387298	0,387298	0,287298	0,287298	0,187298	0,187298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	
14	2	-0,6	-0,6	0,387298	0,387298	0,287298	0,287298	0,187298	0,187298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	
15	3	-0,5	-0,5	0,331662	0,331662	0,231662	0,231662	0,131662	0,131662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	
16	2	-0,5	-0,5	0,331662	0,331662	0,231662	0,231662	0,131662	0,131662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	0,031662	
17	3	-0,4	-0,4	0,173205	0,173205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	
18	2	-0,4	-0,4	0,173205	0,173205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	
19	3	-0,3	-0,3	0,316228	0,316228	0,216228	0,216228	0,116228	0,116228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	
20	2	-0,3	-0,3	0,316228	0,316228	0,216228	0,216228	0,116228	0,116228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	
21	3	-0,2	-0,2	0,387298	0,387298	0,287298	0,287298	0,187298	0,187298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	
22	2	-0,2	-0,2	0,387298	0,387298	0,287298	0,287298	0,187298	0,187298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	
23	3	-0,1	-0,1	0,424264	0,424264	0,324264	0,324264	0,224264	0,224264	0,124264	0,124264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	
24	2	-0,1	-0,1	0,424264	0,424264	0,324264	0,324264	0,224264	0,224264	0,124264	0,124264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	
25	3	0	0	0,43689	0,43689	0,33689	0,33689	0,23689	0,23689	0,13689	0,13689	0,03689	0,03689	0,03689	0,03689	0,03689	0,03689	
26	2	0	0	0,43689	0,43689	0,33689	0,33689	0,23689	0,23689	0,13689	0,13689	0,03689	0,03689	0,03689	0,03689	0,03689	0,03689	
27	3	0,1	0,1	0,424264	0,424264	0,324264	0,324264	0,224264	0,224264	0,124264	0,124264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	
28	2	0,1	0,1	0,424264	0,424264	0,324264	0,324264	0,224264	0,224264	0,124264	0,124264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	0,024264	
29	3	0,2	0,2	0,387298	0,387298	0,287298	0,287298	0,187298	0,187298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	
30	2	0,2	0,2	0,387298	0,387298	0,287298	0,287298	0,187298	0,187298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	0,087298	
31	3	0,3	0,3	0,316228	0,316228	0,216228	0,216228	0,116228	0,116228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	
32	2	0,3	0,3	0,316228	0,316228	0,216228	0,216228	0,116228	0,116228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	0,016228	
33	3	0,4	0,4	0,173205	0,173205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	
34	2	0,4	0,4	0,173205	0,173205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	0,073205	

Рис. 4.19. Подготовленный диапазон данных для построения сферы

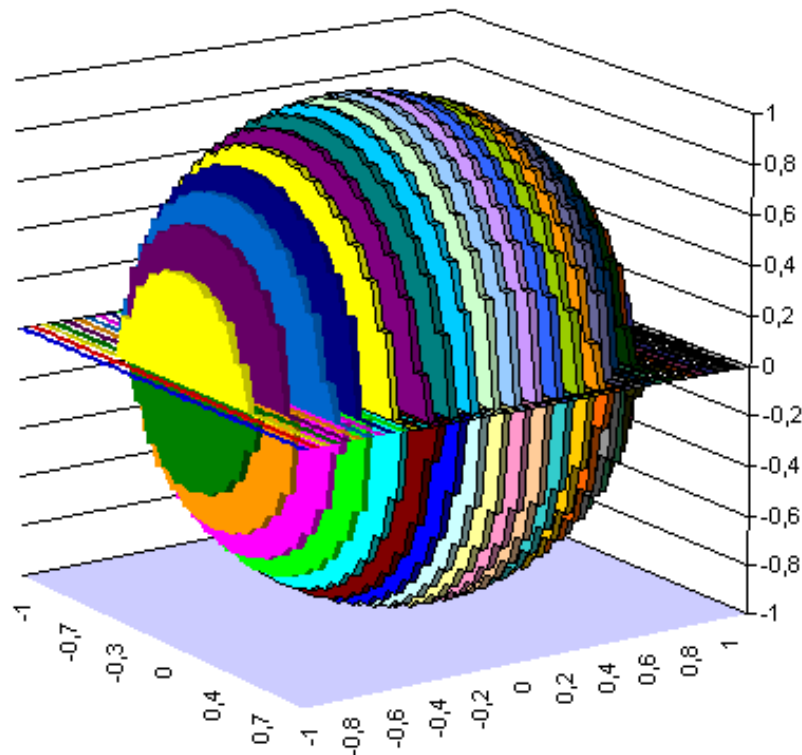


Рис. 4.20. Сфера

Задания к разделу «Построение диаграмм»

Задание 1.

Построить график функции

Вариант	Функция	Интервал	Шаг	Значение	
				a	b
1	$p = \sqrt[5]{ax} \frac{\sin^2 bx}{\ln x }$	$x \in [2;4]$	0,1	2,2	0,5
2	$z = e^{ \sin at } + \sqrt[3]{t+b} + e^{-bt} \sqrt[5]{t+1,5}$	$t \in [1;3]$	0,2	-2,5	4,7
3	$t = 2e^{\ln as } + \frac{\sqrt[3]{s+b}}{\cos^2 2s}$	$s \in [1;2]$	0,1	0,6	1,8
4	$s = \frac{e^{abx} \cos x}{2\pi x} + \sqrt[5]{ab}$	$x \in [1;2]$	0,1	1,9	1,7
5	$p = \operatorname{arctg} \frac{x}{a+b} - be^{\sin x^2}$	$x \in [-1;2]$	0,2	-2,1	4,6
6	$t = \frac{as^2 + 25}{\sqrt{\arcsin^3 b}} + e^{3abs-1}$	$s \in [0,05;1]$	0,05	2,8	0,9
7	$y = \frac{\sin(abt) \cdot e^{\cos(at-1)}}{\arcsin^2 t}$	$t \in [0,1;1]$	0,05	1,9	0,7
8	$s = \frac{2}{3} \ln x \cos^2 x - \sqrt[5]{2x+ab}$	$x \in [1;4]$	0,2	0,2	1,8
9	$y = \operatorname{arctg}(\sqrt{x^5+1}) \cdot \lg \frac{ax+3}{3-bx}$	$x \in [0,5;9,5]$	0,5	4,1	0,3
10	$z = e^{\sqrt{ax^2+7}} \lg \sqrt[6]{bx^4+3x^2-1}$	$x \in [-10;-5]$	0,25	2,2	0,5
11	$t = \frac{e^{ax} + \sqrt{b^2 \sin ax}}{\ln 2x - \sqrt[3]{\pi x}}$	$x \in [0,05;1]$	0,05	2	1,25
12	$y = e^{\sqrt[5]{at+b}} (\sin t + \cos t)^2$	$t \in [7;8,5]$	0,1	5	10
13	$y = \sqrt[3]{\lg(x^2+ab)} \cdot \operatorname{arctg}(e^{abx})$	$x \in [-2;2]$	0,2	1,3	5,4
14	$z = \lg \sin \frac{x+a}{\sqrt[3]{b}} + e^{\sqrt[5]{\operatorname{arctg} 2x}}$	$x \in [2,5;4]$	0,1	2,5	7,8
15	$t = e^{\sqrt{\ln as^4+ab}} \cos \sqrt{s+1}$	$s \in [1;2,5]$	0,1	1,6	2,4

Задание 2.

Построить в одной системе координат графики функций

Вариант	Функция	Интервал	Шаг
1	$y = 2 \sin(0,5\pi x) \cos(2\pi x)$ $y_1 = 2 \cos^2(\pi x) - \sin(2\pi x)$	$x \in [-3; 3]$	0,25
2	$y = 2 \sin(2\pi x) \cos(3\pi x)$ $y_1 = 5 \sin^3(2\pi x) \cos^2(\pi x)$	$x \in [-3; 1]$	0,2
3	$y = 2 \sin(x) \cos(x)$ $y_1 = 2 \cos^2(2x) \sin(x)$	$x \in [-3; 3]$	0,25
4	$y = 2 \cos(2\pi x) \cos(\pi x / 3)$ $y_1 = \sin^2(3\pi x) - \cos(2\pi x)$	$x \in [-5; 0]$	0,25
5	$y = 3 \cos^2(2\pi x) \sin^2(\pi x / 3)$ $y_1 = 3 \sin^2(3\pi x) - \cos(2\pi x)$	$x \in [-4; 4]$	0,4
6	$y = \cos(\pi x) \sin(5\pi x) - 3 \cos(3\pi x) \cos(2\pi x)$ $y_1 = \cos^3(\pi x) - \cos(5\pi x / 4)$	$x \in [-2; 2]$	0,2
7	$y = 4 \sin(3\pi x) \cos(\pi x) - \sin(3\pi x)$ $y_1 = 5 \cos(3\pi x) \sin^2(\pi x)$	$x \in [-2; 2]$	0,2
8	$y = 2 \cos(3\pi x) + 5 \sin^2(3\pi x)$ $y_1 = 3 \cos^2(2\pi x) - \sin(3\pi x)$	$x \in [-4; 4]$	0,4
9	$y = 5 \cos(2\pi x) \sin(\pi x) - \sin^2(5\pi x)$ $y_1 = 7 \sin^3(5\pi x) - \cos^2(5\pi x)$	$x \in [-5; 5]$	0,5
10	$y = 5 \sin(2\pi x) 4 \cos(2\pi x)$ $y_1 = 5 \cos^3(4\pi x) 5 \sin(\pi x)$	$x \in [4; 0]$	0,2
11	$y = 3 \cos(\pi x) + 3 \cos(3\pi x) \cos(2\pi x)$ $y_1 = 3 \sin^2(\pi x / 2) 2 \cos^2(5\pi x / 4)$	$x \in [-2; 2]$	0,2
12	$y = 2 \cos(\pi x) + 5 \sin(4\pi x / 2)$ $y_1 = 3 \sin^2(x)$	$x \in [-4; 4]$	0,4
13	$y = 2 \sin(\pi x) - 3 \cos^2(\pi x)$ $y_1 = 4 \cos^2(\pi x)$	$x \in [-5; 5]$	0,5
14	$y = 2 \sin^2(\pi x) + 3 \cos(3\pi x)$ $y_1 = \cos(2\pi x) + 2 \sin(\pi x)$	$x \in [-3; 3]$	0,3
15	$y = 5 \sin^2(\pi x / 2) 2 \cos(5\pi x / 4)$ $y_1 = 3 \sin(\pi x / 2) \cos^2(5\pi x / 4)$	$x \in [-10; 10]$	1

Задание 3.

Построить поверхность функции

Вариант	Функция	Изменение аргумента				Исходные данные
		Первого		Второго		
		Интервал	Шаг	Интервал	Шаг	
1	$s = e^{-ax} \sin(ax^3 + y) + \sqrt{xy}$	$x \in [0; 1,6]$	0,2	$y \in [1; 10]$	1	a=0,5
2	$z = 5x^3 \sin^2(at) - 2x^2t^3$	$x \in [1; 5]$	0,5	$t \in [2; 4]$	0,25	a=0,5
3	$p = 8ytg(ax^3 + 1) + \sin(x^2 - 5y)$	$x \in [1; 2,6]$	0,2	$y \in [-2,5; 2]$	0,5	a=2,3
4	$y = \sqrt[5]{t+1} e^{\cos(xt)} \sin(t-a)$	$x \in [1; 2]$	0,1	$t \in [2; 4]$	0,2	a=-2,1
5	$z = be^{\cos(-x^2s)} + \sin(2xs)$	$x \in [0; 2]$	0,2	$s \in [0; 2]$	0,25	b=2,4
6	$s = \frac{\lg \sqrt[6]{bx^4 + 3ay}}{2\pi xy}$	$x \in [2; 4]$	0,2	$y \in [1; 3]$	0,2	a=2,1 b=4,3
7	$z = \frac{ae^{\cos x^2 t}}{tg^2(t+b)} + e^{\cos x}$	$x \in [-2; 0]$	0,2	$t \in [2; 4]$	0,2	a=2,3 b=4,2
8	$p = \frac{be^{x-y} + tg(ax)}{2\pi xy}$	$x \in [1; 2]$	0,1	$y \in [2; 3]$	0,2	a=2,1 b=4,4
9	$z = \sin^2(x+1) \cos y - 7y^{bx} e^x$	$x \in [1; 2]$	0,1	$y \in [1; 3]$	0,2	b=0,5
10	$s = x^2 \sin^2 x - \sqrt{at^3}$	$x \in [-1; 1]$	0,25	$t \in [-1; 1]$	0,25	a=2
11	$y = ax - 1\sqrt{bx} + 6 \sin^4 t$	$x \in [1; 3]$	0,25	$t \in [-1; 1]$	0,25	a=3 b=2
12	$z = \sin^2(x+a) \cos y - 7y^{bx}$	$x \in [-1; 1]$	0,25	$y \in [1; 3]$	0,2	a=1 b=0,5
13	$p = \frac{t^6 - ae^{by} y^3}{\ln^2(ty)}$	$t \in [3; 7]$	0,5	$y \in [2; 6]$	0,5	a=3 b=0,7
14	$s = \frac{btg(e^{ax-1})x^3 - y^4}{\sin^7 bx}$	$x \in [-2; -1]$	0,1	$y \in [2; 4]$	0,2	a=0,5 b=3
15	$z = ax^2 \cos^5 x - by^2$	$x \in [2; 4]$	0,2	$y \in [1; 10]$	1	a=10 b=2

Задание 4.

Построить алгебраические и трансцендентные линии

1. Декартов лист: $\rho = \frac{3a \cos \varphi \sin \varphi}{\cos^3 \varphi + \sin^3 \varphi}$ 2. Циссоида: $\rho = 2a \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi}$

3. Строфоида: $\rho = a \frac{(1 \pm \sin \varphi)}{\cos \varphi}$ 4. Версьера: $x=t, y = \frac{a^3}{(t^2 + a^2)}$

5. Лемниската Бернулли: $\rho^2 = 2a^2 \cos \varphi$ или $\rho^2 = 2a^2 \sin 2\varphi$

6. Овал Кассини: $\rho = a \sqrt{\cos(2\varphi) \pm \sqrt{\cos^2(2\varphi) \left(\left(\frac{b^2}{a^2} \right) - 1 \right)}}$

7. Конхоида: $\rho = \left(\frac{a}{\sin \varphi} \right) \pm l$

8. Улитка Паскаля: $\rho = 2r \cos \varphi \pm l$

9. Кардиоида: $\rho = 2r(1 - \cos \varphi)$

10 Каппа: $\rho = ctg \varphi$

11 Астроида: $x=acos^3t, y=asin^3t$

12. Спираль Галилея: $\rho = a\varphi^2$

Задание 5.

Построить поверхность второго порядка

1. Эллипсоид: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

2. Однополостный гиперболоид: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

3. Двухполостный гиперболоид: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

4. Конус: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$

5. Эллиптический параболоид: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$

6. Гиперболический параболоид: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$

7. Эллиптический цилиндр: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

8. Гиперболический цилиндр: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

9. Параболический цилиндр: $x^2 = 2py$



Примечание:

Здесь a, b, c, l, r – некоторые постоянные.

При необходимости можно воспользоваться справочником по высшей математике.

Задание 5.

По данным таблицы построить диаграммы

1. Численность мира, млн чел.

Страна	1900	1913	1929	1938	1950	1960	1970	1980	1990
США	76,4	97,6	122,2	130,5	153	176	200,5	227	247
Германия	45,7	54,7	58,7	62,3	67	72	77	78,5	79
Франция	40,8	41,8	42	42	42	46	50,5	54	56,5
Япония	44	51,6	63,2	71,8	83	93	104	116,8	123,5
СССР	123	158	171,5	186,5	205,5	226,5	247	258,5	290

2. Численность занятых в мировой экономике, млн чел.

Страны	1900 г.	1913 г.	1929 г.	1938 г.	1950 г.	1960 г.	1970 г.	1980 г.	1990 г.
Германия	18,5	23,5	25	26,5	29	31	34	35	37
Франция	20	20	20	19,5	19	21	23	25	26,5
Великобритания	16,5	18,5	20	20,5	22,5	24	25	25,5	26
Италия	15	16,5	17	18	18,5	20	22	24	24,5

3. Динамика объёмов добычи ископаемого угля по основным бассейнам, тыс. т

Бассейны, регионы	1915 г.	1916 г.	1917 г.	1918 г.	1919 г.	1920 г.	1921 г.
Донецкий	26648,0	28733,0	24386,0	8910,0	5572,0	4524,0	5471,0
Подмосковный	460,0	651,0	706,0	383,0	397,0	627,0	712,0
Урал	1242,0	1474,0	1554,0	819,0	712,0	941,0	1009,0
Западная Сибирь	1281,9	1325,7	1393,6	985,6	897,8	959,9	838,7
Восточная Си- бирь	875,8	1157,0	1981,0	1241,1	1094,8	960,1	891,1
Прочие	938,3	1141,3	848,4	787,3	769,4	734,0	1309,2

4. Мировое сельскохозяйственное производство, млрд. долл.

Страны	1900 г.	1913 г.	1929 г.	1938 г.	1950 г.	1960 г.	1970 г.	1980 г.	1990 г.
США	43	56	69	76,5	93,5	105	128,5	146	157,5
Германия	16	19	20	21,5	23	29	37	40,5	46,5
Франция	21,5	22	22,5	23	23,5	29,5	47	53	65
Италия	13,5	14,5	16	17	18,5	30,5	42	44,5	49
СССР	37	50,5	58,8	63	75	81,5	87,5	98	120

5. Динамика производства серебра, т

Страны	1940 г.	1950 г.	1960 г.	1970 г.	1980 г.	1985 г.
Австралия	494	3336	473	808	786	1063
Боливия	175	204	152	212	190	125
Канада	164	720	1054	1372	1180	1209
Мексика	27	1523	1380	1328	1529	2153
Перу	872	414	963	1235	1346	1770
США	151	1312	1141	1395	1180	1205
ЮАР	437	35	69	109	100	209
Япония	28	123	214	342	287	340

6. Динамика добычи нефти нефтяными компаниями России, тыс. т

Компания	1994 г.	1995 г.	1996 г.	1997 г.	1998 г.
ЛУКОЙЛ	56900	53454	50982	53420	53667
Сургутнефтегаз	34252	33326	33257	33906	35171
ЮКОС	37317	36095	35270	35601	34111
ОНАКО	7626	7660	7891	7934	7888
Славнефть	13493	13233	12883	12300	11784
Роснефть	12642	12463	12740	13042	12626
Татнефть	23610	25022	24779	24538	24440
СИДАКО	25551	22866	20815	20255	19903
Тюменская НК	24722	22572	21310	20886	19652
СИБНЕФТЬ	22678	20350	18612	18165	17314
Башнефть	18782	17737	16344	15359	12891
Восточная НК	11322	11243	11241	11184	10736
Коми ТЭК	5067	4526	3256	3590	3512

7. Динамика производства сырой стали в странах Ближнего и Среднего Востока и Северной Африки, тыс. т

Компания	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Турция	25754	26410	25304	20590
Иран	10051	9964	10873	9000
Египет	6224	6198	5508	4430
Саудовская Аравия	4644	4667	4690	4710
Катар	1147	1406	1028	900
Ливия	1250	1137	914	609
Марокко	512	478	479	419
Алжир	1278	646	458	360

4.1. АНАЛИЗ ТЕНДЕНЦИЙ. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ТРЕНДА

Довольно часто на практике приходится сталкиваться с некоторым набором экспериментальных величин, требующих аналитической обработки. Как правило, для этих данных нужно подобрать некоторую модель, которая позволяет описывать наблюдаемые явления и, с некоторой долей вероятности, строить соответствующие прогнозы. В таких случаях математическая формулировка задачи ставится следующим образом.



Имеются две наблюдаемые величины x и y , причем y зависит от x некоторым образом. Необходимо построить математическую модель $\bar{y} = f(x)$, где $f(x)$ - некоторая функция от x , не всегда линейная, наилучшим образом описывающую наблюдаемые значения y .

Обычно $\bar{y} = f(x)$ следует выбирать так, чтобы минимизировать сумму квадратов разностей между наблюдаемыми и теоретическими значениями зависимой переменной y и \bar{y} , т. е. минимизировать сумму:

$$J = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 \rightarrow \min$$

где n - число наблюдений.

При решении такой задачи главной проблемой является выбор некоторой математической функции, позволяющей наиболее достоверно описывать полученные экспериментальные данные и прогнозировать ожидаемые результаты.

В MS Excel существует возможность рассчитывать наиболее подходящую линию, которая проходит через серию заданных точек. Это так называемая *линия тренда*, по которой можно проследить развитие функции с наименьшей ошибкой. **Линия тренда** - статистический инструмент, представляющий собой линию \bar{y} , построенную на основе данных диаграммы y с использованием некоторой аппроксимации, т.е. приближения неизвестной функции $\bar{y} = f(x)$ функций из определённого набора (линейная, квадратичная и т.д.).

В некоторых случаях этими рассчитанными результатами можно воспользоваться для анализа тенденций и краткосрочного прогнозирования, т.е. **Линии тренда** позволяют графически отображать тенденции данных и прогнозировать их дальнейшие изменения.

Построение линии тренда

С помощью MS Excel можно также проводить анализ тренда на основе диаграмм. Линию тренда можно добавить к ряду данных в том случае, если они представляют собой диаграмму с областями, график, гистограмму, линейчатую или точечную диаграмму.

Существует шесть различных видов линий тренда (аппроксимация и сглаживание), которые могут быть добавлены на диаграмму MS Excel. Способ следует выбирать в зависимости от предполагаемой линии, наилучшим образом приближающейся к графику заданной функции.

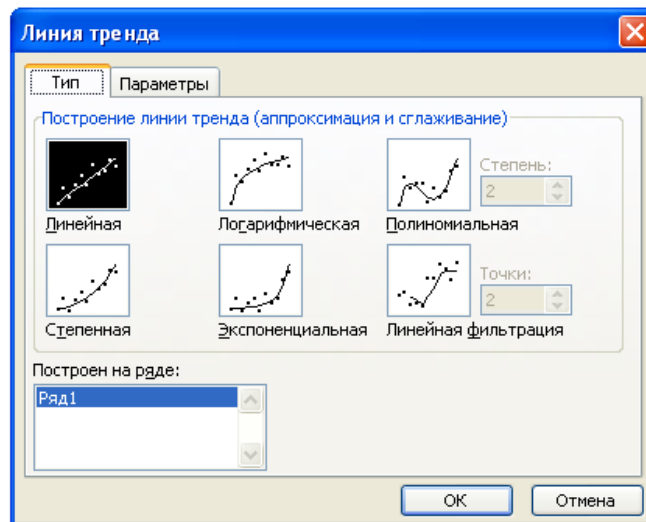


Рис.4.21. Окно *Линия тренда*, вкладка *Тип*

Линейная

Линейная аппроксимация - это прямая линия, наилучшим образом описывающая набор данных. Она применяется в самых простых случаях, когда точки данных расположены близко к прямой. Говоря другими словами, линейная аппроксимация хороша для величины, которая увеличивается или убывает с постоянной скоростью.

$$y = mx + b$$

где m - тангенс угла наклона, b - точка пересечения прямой с осью Y

Логарифмическая

Логарифмическая аппроксимация полезна для описания величины, которая вначале быстро растет или убывает, а затем ее рост замедляется. Логарифмическая аппроксимация использует как отрицательные, так и положительные величины.

$$y = a \ln(x) + b$$

где a и b - константы, \ln - натуральный логарифм

Полиномиальная

Полиномиальная аппроксимация используется для описания величин, попеременно возрастающих и убывающих. Она полезна, например, для анализа большого набора данных о нестабильной величине. Степень полинома определяется количеством экстремумов (максимумов и минимумов) кривой. Полином второй степени может описать только один максимум или минимум. Полином третьей степени имеет один или два экстремума. Полином четвертой степени может иметь не более трех экстремумов. Т. О. можно искомую функцию аппроксимировать функциями

$$y = a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

.....

Максимальная степень полинома b

$$y = a_1x^b + a_2x^{b-1} + a_3x^{b-2} + a_4x^{b-3} + a_5x^{b-4} + a_6x^{b-5} + b$$

где $a_i, i = 1, b, b$ - константы.

Степенная

Степенная аппроксимация полезна для описания монотонно возрастающей либо монотонно убывающей величины. Использование степенной аппроксимации невозможно, если данные содержат нулевые или отрицательные значения.

$$y = ax^b, \text{ где } a \text{ и } b - \text{ константы}$$

Экспоненциальная

Экспоненциальная аппроксимация полезна в том случае, если скорость изменения данных непрерывно возрастает. Однако для данных, которые содержат нулевые или отрицательные значения, этот вид приближения неприменим.

$$y = ae^{bx}, \text{ где } a \text{ и } b - \text{ константы, } e - \text{ основание натурального логарифма.}$$

Линейная фильтрация (Скольльзящее среднее).

Каждая точка данных на линии тренда строится на основании среднего указанного числа точек данных (периодов). Чем больше число периодов, используемых для вычисления скользящего среднего, тем более гладкой, но менее точной становится линия тренда

Точность аппроксимации. Линия тренда в наибольшей степени приближается к представленной на диаграмме зависимости, если значение R-квадрат близко к 1. Это число от 0 до 1, которое отражает близость значений линии тренда к фактическим данным. Оно также называется квадратом смешанной корреляции. При аппроксимации данных с помощью линии тренда значение R-квадрат рассчитывается автоматически. Полученный результат можно вывести на диаграмме.

Необходимо учитывать также и настройки, которые можно сделать на вкладке **Параметры** диалогового окна **Линия тренда** (рис. 4.22).

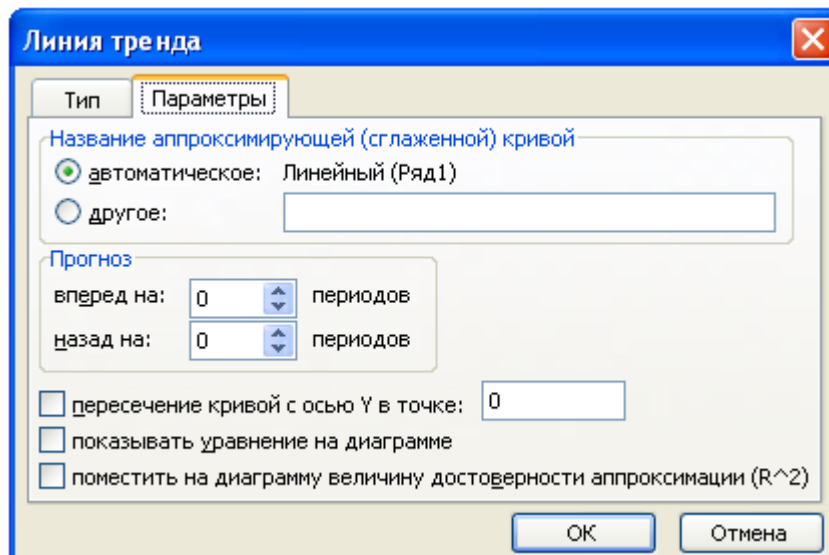


Рис. 4.22. Окно **Линия тренда**, вкладка **Параметры**

- В области **Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой** – задается название аппроксимирующей кривой.
- В области **Прогноз** – задается прогнозирование данных (вперед) или определяется история данных (назад) с помощью линии тренда.

- Флажок **пересечение кривой с осью Y в точке** – устанавливается лишь в том случае, если эта точка известна.
- Флажок **показывать уравнение на диаграмме** – обеспечивает размещение на диаграмме уравнения аппроксимирующей функции с числовыми коэффициентами.
- Флажок **поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации** – обеспечивает размещение на диаграмме квадрата коэффициента корреляции.

Для **добавления линии тренда к ряду данных диаграммы** выполнить следующие шаги:

1. Выберите ряд данных, к которому нужно добавить линию тренда** или скользящее среднее***.
2. Выберите команду **Добавить линию тренда** в меню **Диаграмма**.
3. На вкладке **Тип** выберите нужный тип линии тренда или линии скользящего среднего.
 - При выборе типа **Полиномиальная** введите в поле **Степень** наибольшую степень для независимой переменной.
 - При выборе типа **Скользящее среднее** введите в поле **Период** число периодов, используемых для расчета скользящего среднего.



Задание.

Пусть известна статистика стоимости валового выпуска продукции Y (тыс. руб.) некоторого предприятия за 9 лет – табл. 4.3.

Таблица 4.3. *Исходные данные для построения трендовой модели*

Стоимость ВП, тыс. руб.	Y	22,4	25,8	26,1	26,9	27,4	25,7	28,3	27,6	28,0
Годы	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Необходимо провести статистический анализ исходных данных в соответствии с алгоритмом, изложенным выше. Методом наименьших квадратов определить параметры аналитической кривой для линейной и квадратичной аппроксимации исходной ломаной. В соответствии со значением R-квадрат выбрать наилучшую форму прогнозирующей функции, а затем построить прогноз на один, два или три временных интервала.

** *Линия тренда. Графическое представление направления изменения ряда данных. Например, повышающаяся линия обозначает увеличение продаж за определенное количество месяцев. Линии тренда используются для анализа ошибок предсказания, что также называется регрессионным анализом.*

*** *Скользящее среднее. Последовательность средних значений, вычисленных по частям рядов данных. На диаграмме линия, построенная по точкам скользящего среднего, позволяет построить сглаженную кривую, более ясно показывающую закономерность в развитии данных*



Технология построения трендовой модели:

1. Поострить график. На основе визуального анализа графика делается вывод о форме аналитической кривой, способной наилучшим образом аппроксимировать ломаную на графике. В данном случае это квадратичная функция (полином 2 порядка). Но для подтверждения нашего вывода построим методом наименьших квадратов, кроме квадратичной, еще и линейную.

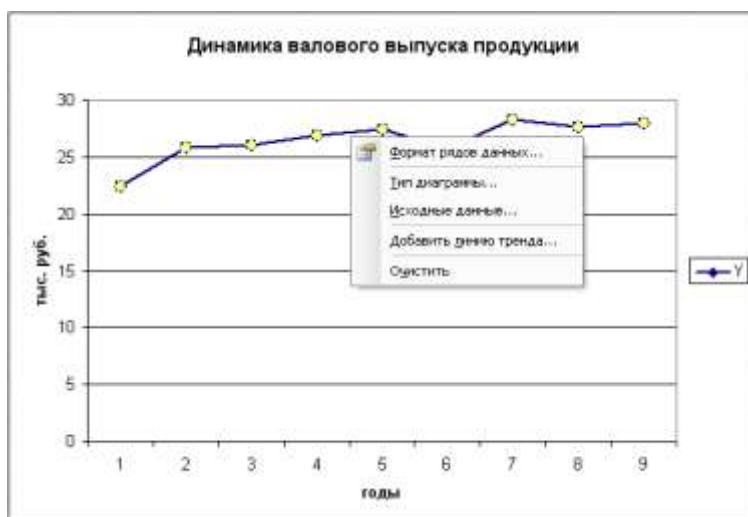


Рис. 4.23. Исходный график

2. Для построения линии тренда необходимо выделить временной ряд и выбрать в контекстном меню команду **Добавить линию тренда**. Откроется диалоговое окно **Линия тренда** (рис. 4.24), которое содержит две вкладки **Тип** и **Параметры**. На вкладке **Тип** задается тип тренда, а вкладка **Параметры** предназначена для задания параметров тренда.

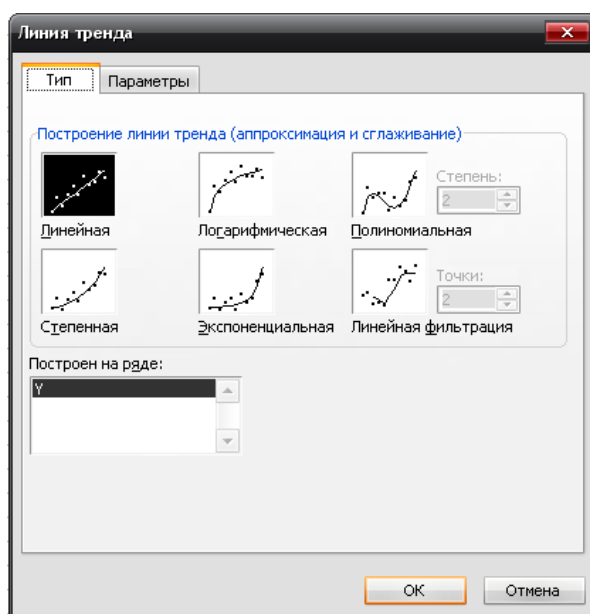


Рис. 4.24. Диалоговое окно **Линия тренда** – вкладка **Тип**

Оценивая значение R-квадрат можно утверждать, что квадратичная функция (полином 2 порядка) точнее, чем линейная, аппроксимирует исходные данные ($R^2 = 0,62$ линейной функции; $R^2 = 0,74$ квадратичной функции).

Это же можно видеть и на графиках аппроксимации (рис. 4.25, рис. 4.26).

Таким образом, прогнозирующее уравнение имеет вид:

$$Y = -0,1x^2 + 1,5167x + 22,05$$

Прогноз осуществляется на основе экстраполяции значений прогнозирующей функции, т.е. вычисления её значения за пределами исходного интервала. В нашем случае на 1, 2, или 3 года вперёд. Например, **прогноз выпуска продукции на следующий 10-й год** при предположении, что условия функционирования предприятия будут такими же, как в предшествующих периодах, **составит:**

$$Y = -0,1 \cdot 10^2 + 1,5167 \cdot 10 + 22,05$$

$$Y = -10 + 15,167 + 22,05 = 27,217 \text{ тыс. руб.}$$



Рис. 4.25. Линейный тренд

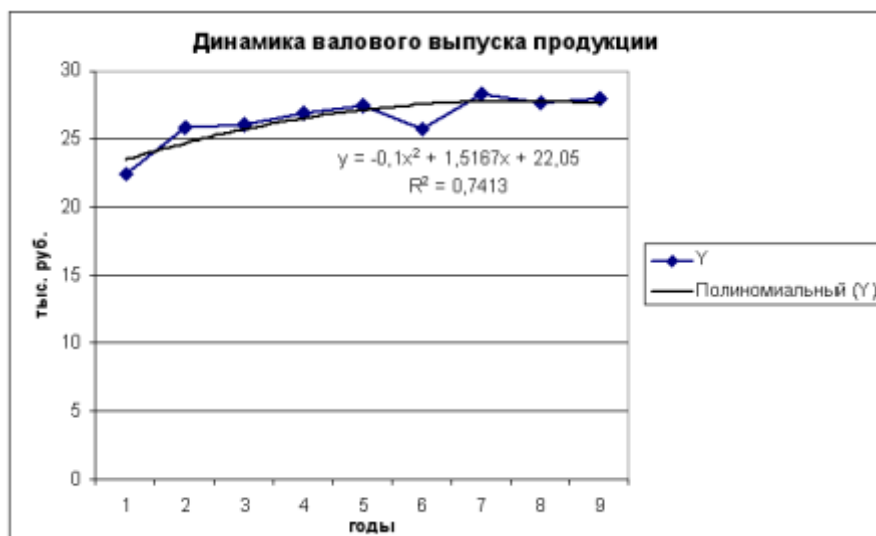


Рис. 4.26. Полиномиальный тренд

Задания к разделу «Построение линии тренда»

По наблюдаемым значениям величин x и y (x - неделя, y - объем реализации) построить линию тренда для изменения объемов реализации некоторого вида товара за несколько недель, на основе которой выполнить прогноз на 11-ю неделю:

x (неделя) Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Значение y	1	145	135	130	128	100	95	85	83
2	13		17	19	26	30	37	44	49	55	65
3	145		111	135	130	122	98	100	85	90	79
4	9		16	20	27	34	39	44	52	58	64
5	12		35	23	65	34	67	24	34	87	90
6	7		17	19	28	35	42	41	52	57	55
7	12		21	30	36	62	54	61	70	78	76
8	98		54	108	65	54	63	87	90	92	78
9	12		17	23	35	40	48	54	59	65	72
10	76		134	155	167	153	152	148	130	148	178
11	10		18	22	28	34	39	46	51	54	45
12	87		80	75	80	70	65	68	62	57	54
13	198		154	208	165	154	163	187	190	192	178
14	19		116	120	127	134	139	144	152	158	164
15	245		211	235	230	222	198	200	185	190	179

ГЛАВА 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

С помощью MS Excel можно численно различными методами находить производные, интегралы, решать нелинейные алгебраические уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения в частных производных и т. д.

5.1. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ) называются уравнения, которые содержат одну или несколько производных от искомой функции $y = y(x)$:

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0. \quad (1)$$

где x – независимая переменная.

Наивысший порядок n производной, входящей в уравнение (1), называется *порядком дифференциального уравнения*.

Например:

$F(x, y, y') = 0$ - уравнение первого порядка;

$F(x, y, y', y'') = 0$ - уравнение второго порядка.

Иногда из общей записи дифференциального уравнения (1) можно выразить производную в явном виде. Так, для уравнения первого порядка получим

$$y' = f(x, y). \quad (2)$$

Уравнение (2) имеет бесконечное множество решений. Для получения единственного решения необходимо указать дополнительные условия, которым должны удовлетворять искомые решения.

Большинство методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений основано на *задаче Коши*. Сформулируем задачу Коши.

Дано обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) первого порядка (2), разрешенное относительно производной и удовлетворяющее начальному условию

$$y(x_0) = y_0. \quad (3)$$

Необходимо найти на отрезке $[x_0; x_n]$ такую непрерывную функцию $y = y(x)$, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению (2) и начальному условию (3), т.е. найти решение дифференциального уравнения. Нахождение такого решения называют решением *задачи Коши*.

Численное решение этой задачи состоит в построении таблицы приближенных значений $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ решения уравнения $y(x)$ в точках x_1, x_2, \dots, x_n с некоторым шагом h :

$$x_i = x_0 + i \cdot h, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

К численному решению обыкновенных дифференциальных уравнений приходится обращаться, когда не удаётся построить аналитическое решение задачи через известные функции, хотя для некоторых задач численные методы оказываются более эффективными даже при наличии аналитических решений.

Широкая категория методов, наиболее часто применяемых на практике для решения дифференциальных уравнений, известна под общим названием: методы Рунге - Кутты. Различные методы этой категории требуют большего или меньшего объема вычислений и, соответственно, обеспечивают большую или меньшую точность.

Методы Рунге - Кутты обладают следующими отличительными свойствами:

- эти методы являются одноступенчатыми: чтобы найти значение функции в точке y_{i+1} нужна информация только о предыдущей точке $(x_i; y_i)$;
- они согласуются с рядом Тейлора решение дифференциальных уравнений, вплоть до членов порядка h^k , где степень k определяет порядок метода;
- эти методы не требуют вычисления производных от функции $f(x, y)$, а требуют вычисления самой функции.

Именно благодаря последнему свойству методы Рунге - Кутты удобны для практических вычислений.

1. Метод Эйлера (метод Рунге - Кутты первого порядка)

Простейшим из численных методов решения дифференциальных уравнений является *метод Эйлера*. Это один из самых старых и широко известных методов. Метод Эйлера является сравнительно грубым методом решения дифференциальных уравнений, однако идеи, положенные в его основу, являются, по существу, исходными для очень широкого класса численных методов.

Пусть требуется найти приближенное решение дифференциального уравнения первого порядка (2) с начальным условием (3). В окрестности точки x_0 искомую функцию $y(x)$ разложим в ряд Тейлора

$$y(x) = y(x_0) + (x - x_0) \cdot y'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2} \cdot y''(x_0) + \dots, \quad (4)$$

который можно применить для приближенного определения искомой функции $y(x)$. В точке $x_0 + h$ при малых значениях h можно ограничиться двумя членами ряда (4), тогда,

$$y(x) = y(x_0 + h) = y(x_0) + y'(x_0) \cdot \Delta x + o(h^2) \quad (5)$$

где $o(h^2)$ - бесконечно малая величина порядка h^2 .

Заменим производную $y'(x_0)$, входящую в формулу (5), на правую часть уравнения (2)

$$y(x_0 + h) \approx y_0 + h \cdot f(x_0, y_0). \quad (6)$$

Теперь приближенное решение в точке $x_1 = x_0 + h$ можно вновь рассматривать как начальное условие и по формуле (6) найти значение искомой функции в следующей точке $x_2 = x_1 + h$. В результате получен простейший алгоритм решения задачи Коши, который называется *методом Эйлера* или *методом ломаных*.

Таким образом, метод Эйлера можно представить в виде последовательного применения формул:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_0 + h, & y_1 &= y_0 + h \cdot f(x_0, y_0), \\x_2 &= x_1 + h, & y_2 &= y_1 + h \cdot f(x_1, y_1), \\& \dots \dots \dots \\x_{i+1} &= x_i + h, & y_{i+1} &= y_i + h \cdot f(x_i, y_i)\end{aligned}$$

Геометрическая интерпретация метода Эйлера

Пользуясь тем, что в точке x_0 известно решение $y(x_0) = y_0$ и значение его производной $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$, можно записать уравнение касательной к графику искомой функции $y = y(x)$ в точке (x_0, y_0) :

$$y = y_0 + f(x_0, y_0)(x - x_0).$$

При достаточно малом шаге h ордината этой касательной, полученная подстановкой в правую часть значения $x_1 = x_0 + h$, должна мало отличаться от ординаты $y(x_1)$ решения $y(x)$ задачи Коши. Следовательно, точка (x_1, y_1) пересечения касательной с прямой $x = x_1$ может быть приближенно принята за новую начальную точку. Через эту точку снова проведем прямую $y = y_1 + f(x_1, y_1)(x - x_1)$, которая приближенно отражает поведение касательной к графику функции $y = y(x)$ в точке (x_1, y_1) . Подставляя сюда $x_2 = x_1 + h$ (т.е. пересечение с прямой $x = x_2$), получим приближенное значение $y = y(x)$ в точке x_2 : $y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1)$ и т.д. В итоге для i -й точки получим формулу Эйлера.

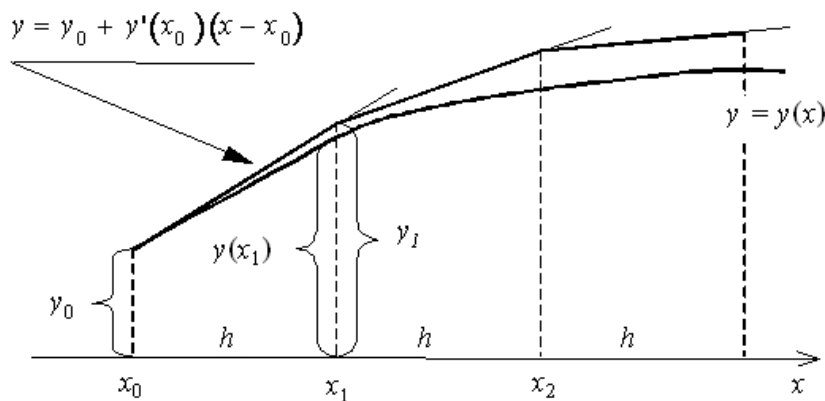


Рис. 5.1.

2. Методы Рунге - Кутта второго порядка

Пусть дано дифференциальное уравнение первого порядка (2) с начальным условием (3). В окрестности точки x_0 функцию $y(x)$ разложим в ряд Тейлора (4), который можно применить для приближенного определения искомой функции $y(x)$. Для уменьшения погрешности метода интегрирования дифференциального уравнения необходимо учитывать большее количество членов ряда. Однако при этом возникает необходимость аппроксимации производных от правых частей дифференциального уравнения.

Основная идея методов Рунге-Кутта заключается в том, что производные аппроксимируются через значения функции $f(x, y)$ в точках на интервале $[x_0, x_0 + h]$, которые выбираются из условия наибольшей близости алгоритма к ряду Тейлора. В зависимости от старшей степени h , с которой учитываются члены ряда, построены вычислительные схемы Рунге-Кутта разных порядков точности.

Так, например, общая форма записи метода Рунге - Кутта второго порядка следующая:

$$y_{i+1} = y_i + h \left[(1-\alpha)f(x_i, y_i) + \alpha \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2\alpha}, y_i + \frac{h}{2\alpha} \cdot f(x_i, y_i)\right) \right] + o(h^2), \quad (7)$$

где $0 < \alpha \leq 1$

Решение ОДУ, полученное по этой схеме имеет погрешность $o(h^2)$. Для параметра α наиболее часто используют значения $\alpha = 0,5$ и $\alpha = 1$.

Рассмотрим *первый* вариант метода Рунге - Кутта второго порядка.

При $\alpha = 0,5$ формула (7) примет вид:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_i + h, y_i + h \cdot f(x_i, y_i))]. \quad (8)$$

Формулу (8) можно представить в виде следующей схемы:

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \Delta y_i, \\ \Delta y_i &= \frac{1}{2}(k_1 + k_2), \end{aligned}$$

где $k_1 = h \cdot f(x_i, y_i)$, $k_2 = h \cdot f(x_i + h, y_i + k_1)$.

Это метод Рунге - Кутта второго порядка или *исправленный* метод Эйлера.

Геометрически процесс нахождения точки (x_1, y_1) можно проследить по рис. 5.2. По методу Эйлера находится точка $(x_0 + h, y_0 + h \cdot y_0')$, лежащая на прямой L_1 . В этой точке снова вычисляется тангенс угла наклона касательной (прямая L_2). Усреднение двух тангенсов дает прямую \bar{L} . Проводим через точку

(x_0, y_0) прямую L , параллельную \bar{L} . Точка, в которой прямая L пересечется с ординатой $x = x_1 = x_0 + h$, и будет искомой точкой (x_1, y_1) .

Тангенс угла наклона прямой \bar{L} и L равен:

$$y'_0 = \frac{1}{2}[f(x_0, y_0) + f(x_0 + h, y_0 + h \cdot y'_0)]. \quad (9)$$

Уравнение прямой L запишется в виде:

$$y = y_0 + (x - x_0) \cdot y'_0, \quad (10)$$

тогда в точке $x = x_1 = x_0 + h$ с учетом (9) получим решение:

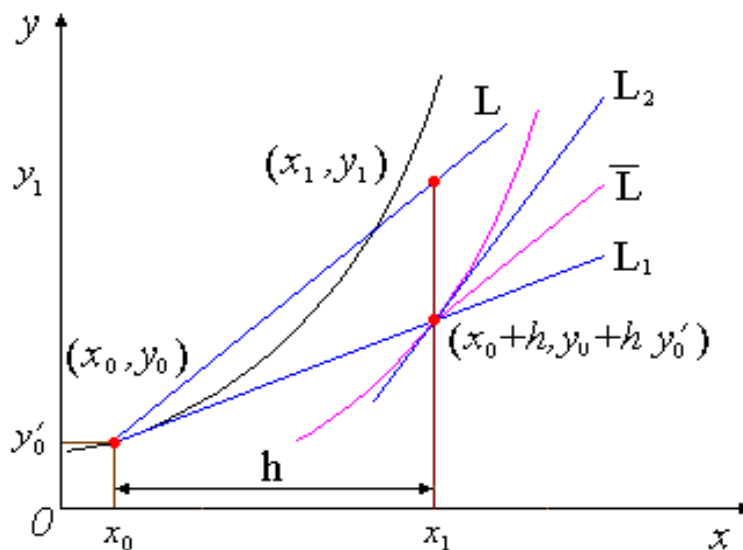


Рис. 5.2.

$$y = y_0 + \frac{1}{2}h[f(x_0, y_0) + f(x_0 + h, y_0 + h \cdot y'_0)]. \quad (11)$$

Данная формула описывает метод Рунге - Кутта второго порядка при $\alpha = 0,5$.

В случае *второго* варианта метода Рунге - Кутта второго порядка принимают $\alpha = 1$. Тогда формула (7) примет вид:

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_0 + h \cdot \frac{f(x_i, y_i)}{2}\right). \quad (12)$$

Это метод Рунге - Кутта второго порядка или *модифицированный метод Эйлера*.

3. Метод Рунге - Кутта четвертого порядка

Методы Рунге - Кутта третьего и четвертого порядков можно вывести аналогично тому, как это делалось при выводе методов первого и второго порядков.

Не будем воспроизводить эти выкладки, а приведем формулы, описывающие метод четвертого порядка, один из самых применимых методов интегрирования ОДУ. Этот метод применяется настолько широко, что в литературе просто называется «методом Рунге – Кутта» без указаний на тип и порядок. Этот классический метод Рунге - Кутта описывается системой следующих соотношений:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \text{ или } y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (13)$$

где $k_1 = h \cdot f(x_i, y_i)$,

$$k_2 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + h \cdot \frac{k_1}{2}\right),$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + h \cdot \frac{k_2}{2}\right),$$

$$k_4 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + k_3\right).$$

На рис. 5.4а и 5.4б представлены (в числовом и формульном виде) таблицы решения дифференциального уравнения вида $\frac{dy}{dx} = 2xy$ при начальных условиях $Y(0)=1$. (Решение методом Эйлера).

	A	B	C	D
1	$\Delta X = 0,04$			
2	Решение :			
3	Шаг	X	Yз	Yт
4	1	0	1	1
5	2	0,04	1	1,002
6	3	0,08	1,003	1,006
7	4	0,12	1,01	1,015
8	5	0,16	1,019	1,026
9	10	0,36	1,121	1,138
10	20	0,76	1,71	1,782
11	30	1,16	3,53	3,84
12	40	1,56	9,771	11,4
13	50	1,96	35,958	46,6

Рис. 5.4а Числовое представление

	A	B	C	D
1	$\Delta X = 0,04$			
2	Решение :			
3	Шаг	X	Yз	Yт
4	1	0	1	=EXP(B4^2)
5	=A4+1	=B4+\$B\$1	=C4+\$B\$1*2*B4*C4	=EXP(B5^2)
6	=A5+1	=B5+\$B\$1	=C5+\$B\$1*2*B5*C5	=EXP(B6^2)

Рис. 5.4б Формульное представление фрагмента таблицы

Решение $y = e^{x^2}$ такого простого уравнения известно, что позволит нам

оценить точность вычислений в таблице. Здесь в ячейке В1 установлен шаг интегрирования 0,04, в В4 и С4 – начальные условия уравнения. Текущие значения номера шага и значения X вычисляются аналогично предыдущему. В колонке Yэ находится решение по методу Эйлера, а в колонке Yт – предьявляется точное решение с непосредственным использованием функции $\exp(X^2)$. Решение доведено до X=1,96 (50 шагов).

Видим (рис. 5.4 в), что точное решение и решение, полученное с помощью метода Эйлера, достаточно близки (график построенный средствами Excel).

Дальнейшее снижение погрешности может быть достигнуто уменьшением шага интегрирования. Увеличение предела интегрирования может быть осуществлено, как и в предыдущем случае, копированием последней строки до достижения нужного значения аргумента X.

Конечно, при такой организации вычислительных процессов, к которой нам пришлось прибегнуть для интегрирования и решения дифференциальных уравнений, мы ограничены числом строк (65536) в рабочем листе Excel. И хотя мы можем продолжить вычисления на другом листе, нам вряд ли потребуется и такое количество клеток.

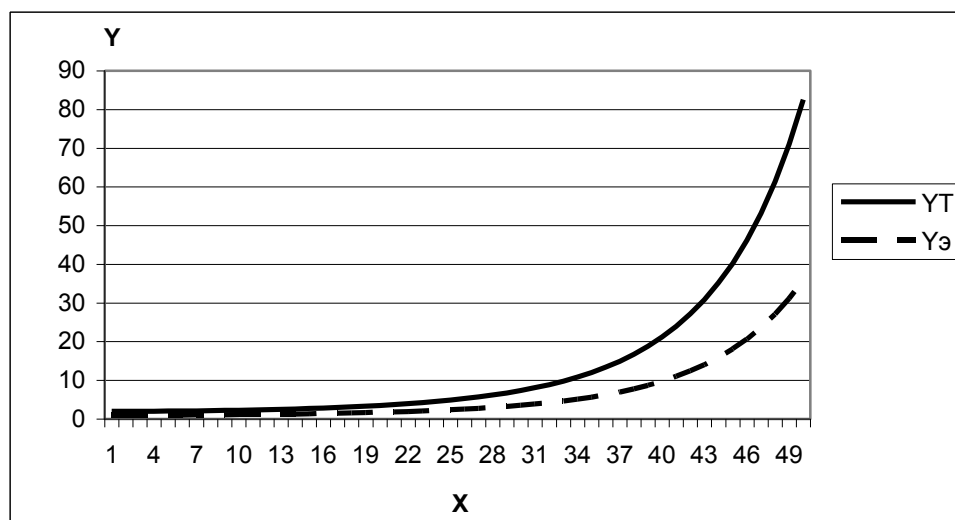


Рис. 5.4в Графическое представление

Как уже указывалось, метод Эйлера является самым простым (и самым грубым) средством решения дифференциальных уравнений. Здесь можно воспользоваться и более точными методами, например, методом Рунге-Кутты.

Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка

Многие научные и технические задачи приводят к решению дифференциальных уравнений. В большинстве случаев дифференциальные уравнения, которые можно проинтегрировать известными аналитическими методами, встречаются редко. В связи с этим особое значение имеют приближенные методы решения дифференциальных уравнений. К известным численным методам относятся методы Эйлера и метод Рунге – Кутты.

Математическая постановка задачи

Дано дифференциальное уравнение первого порядка вида: $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее начальному условию: $y(x_0) = y_0$.

Необходимо найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию, на отрезке $[x_0, x_1]$.

Метод Эйлера для задачи Коши обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка заключается в том, что решение уравнения вычисляется по следующей рекуррентной формуле:

$$y_{k+1} = y_k + h \cdot f(x_k, y_k),$$

где:

$$x_k = x_0 + h \cdot k, \quad x_0 = 0, \quad k = 1, \dots, N-1.$$

В **методе Рунге – Кутты** 4-го порядка решение задачи Коши обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка задается рекуррентной формулой вида:

$$y_{k+1} = y_k + (m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \cdot \frac{h}{6},$$

где:

$$\begin{aligned} m_1 &= f(x_k, y_k), \\ m_2 &= f\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + m_1 \frac{h}{2}\right), \\ m_3 &= f\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + m_2 \frac{h}{2}\right), \\ m_4 &= f\left(x_k + h, y_k + m_3 h\right), \quad k = \overline{0, N-1}. \end{aligned}$$



Задание .

Найти численное решение дифференциального уравнения и сравнить его с точным решением:

$$y' = 2y + e^x - x,$$

удовлетворяющее начальному условию: $y(0) = 0,25$.

Провести сравнительный графический анализ решений дифференциального уравнения на отрезке $[0, T]$, (где T может принимать любые значения), полученные непосредственным интегрированием и с помощью методов Эйлера и Рунге – Кутты.



Технология выполнения задания .

Заданное уравнение является линейным неоднородным уравнением первого порядка. Точное решение задачи Коши для этого уравнения имеет вид:

$$y(x) = e^{2x} - e^x + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}.$$

Для получения числовых значений на отрезке $[0, T]$ необходимо подставить в последнее соотношение значения x с шагом $h = T/N$, где N - число точек на отрезке $[0, T]$.

С помощью MS Excel можно легко реализовать алгоритмы численного решения дифференциального уравнения и построить графики для точного и приближенных решений дифференциального уравнения.

Формулы для вычислений, используемые при решении заданного дифференциального уравнения, приведены в табл. 5.1. На рабочих листах решение можно оформить по образцам, приведенным на рис. 5.5 и 5.6.

Таблица 5.1. Формулы для вычислений, используемые при решении дифференциального уравнения

Введенные формулы для вычислений		Ячейка	Формула
Величина шага		E14	=(E\$10-E\$8)/E\$12
Точное решение уравнения		F4	=EXP(2*H4)-EXP(H4)+H4/2+\$F\$3
Решение уравнения по методу Эйлера		G4	=G3+\$E\$14*(2*G3+EXP(H4)-H4)
Значение переменной x		H4	=\$H3+\$E\$14
Расчет коэффициентов для метода Рунге - Кутта	m1	I4	=2*M3+EXP(H4)-H4
	m2	J4	=2*(M3+I4*\$E\$14/2)+EXP(H4+\$E\$14/2)-H4-\$E\$14/2
	m3	K4	=2*(M3+J4*\$E\$14/2)+EXP(H4+\$E\$14)-H4-\$E\$14
	m4	L4	=2*(M3+K4*\$E\$14)+EXP(H4+\$E\$14)-H4-\$E\$14
Метод Рунге - Кутта		M4	=M3+(I4+2*J4+2*K4+L4)*\$E\$14/6

G4		=G3+\$E\$14*(2*G3+EXP(H4)-H4)												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Дифференциальное уравнение													
2	$y' = 2y + e^x - x$					Точное решение уравнения	Решение уравнения по методу Эйлера	Значение переменной x	Расчет коэффициентов для метода Рунге-Кутта				Метод Рунге-Кутта	
3						0,25	0,25	0	m1	m2	m3	m4	0,25	
4						0,28060943	0,280004027	0,02	1,5002	1,5305	1,531	1,5621	0,28062	
5						0,31247629	0,311220403	0,04	1,56205	1,5938	1,595	1,6269	0,312508	
6	Начальное значение				0,25	0,34566031	0,34370595	0,06	1,62685	1,6601	1,662	1,6948	0,345724	
7						0,3802238	0,37751993	0,08	1,69473	1,7295	1,731	1,7659	0,380331	
8	Значение левой границы отрезка				0	0,41623184	0,412724145	0,1	1,76583	1,8023	1,804	1,8403	0,416394	
9						0,4537523	0,449383048	0,12	1,84029	1,8784	1,881	1,9183	0,453983	
10	Значение правой границы отрезка				2	0,49285601	0,487563846	0,14	1,91824	1,9582	1,961	1,9999	0,493169	
11						0,53361689	0,527336617	0,16	1,99985	2,0416	2,044	2,0853	0,534026	
12	Число точек отрезка (> 1)				100	0,57611205	0,568774429	0,18	2,08527	2,129	2,132	2,1747	0,576633	
13						0,62042194	0,611953462	0,2	2,17467	2,2204	2,224	2,2683	0,621071	
14	Величина шага				0,02	0,66663049	0,656953135	0,22	2,26822	2,3161	2,32	2,3662	0,667425	
15						0,71482525	0,703856243	0,24	2,3661	2,4162	2,42	2,4686	0,715782	

Рис. 5.5. Численное решение дифференциального уравнения

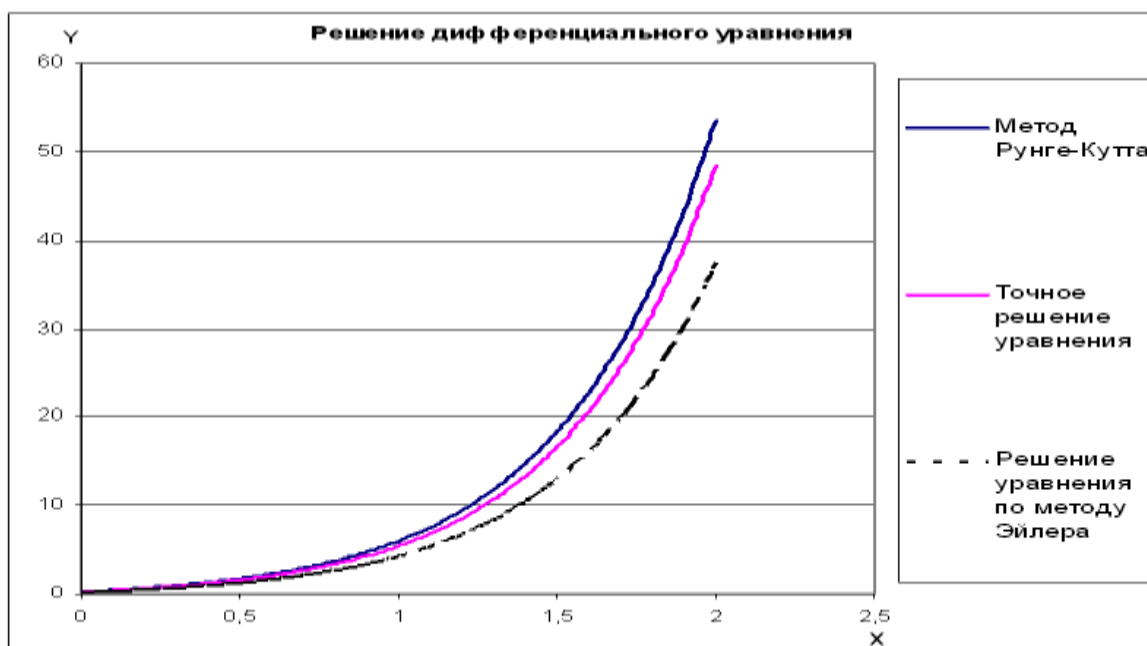


Рис. 5.6. Графики для точного и приближенного решений дифференциального уравнения



Задание .

Решить уравнение

$$y' \cdot \operatorname{ctgx} + y = 2, \quad y(0) = -1.$$



Технология выполнения задания .

Точное решение: $y = 2 - 3 \cos x$.

Формулы для вычислений, используемые при решении заданного дифференциального уравнения, приведены в табл. 5.2. На рабочих листах решение можно оформить по образцам, приведенным на рис. 5.7 и 5.8.

Таблица 5.2. Формулы для вычислений, используемые при решении дифференциального уравнения

Введенные формулы для вычислений	Ячейка	Формула
Величина шага	F15	$= (\$F\$11 - \$F\$9) / \$F\13
Точное решение уравнения	H6	$= 2 - 3 * \cos(J6)$
Решение уравнения по методу Эйлера	I6	$= \$I5 + \$E\$15 * \operatorname{TAN}(\$J6) * (2 - \$I5)$
Значение переменной x	J6	$= \$J5 + \$F\$15$
Расчет коэффициентов для метода Рунге - Кутта	m1	$= (2 - \$O5) * \operatorname{TAN}(\$J5)$
	m2	$= \operatorname{TAN}(\$J5 + \$F\$15/2) * (2 - \$O5 + \$K6 * \$F\$15/2)$
	m3	$= \operatorname{TAN}(\$J5 + \$F\$15/2) * (2 - \$O5 + \$L6 * \$F\$15/2)$
	m4	$= \operatorname{TAN}(\$J5 + \$F\$15/2) * (2 - \$O5 + \$M6 * \$F\$15)$
Метод Рунге - Кутта	O6	$= \$O5 + (\$K6 + 2 * \$L6 + 2 * \$M6 + \$N6) * \$F\$15/6$

F15		fx = (\$F\$11-\$F\$9)/\$F\$13													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2	Дифференциальное уравнение														
3	y' · ctgx + y = 2														
4								Точное решение уравнения	Решение уравнения по методу Эйлера	Значение переменной x	Расчет коэффициентов для метода Рунге-Кутты				Метод Рунге-Кутты
5								-1	-1	0	m1	m2	m3	m4	-1
6								-0,9850125	-0,9698996	0,1	0	0,15013	0,1505	0,1505	-0,98747
7	Начальное значение					-1		-0,9401997	-0,90969675	0,2	0,29975	0,45378	0,4549	0,4549	-0,9446
8								-0,8660095	-0,81968928	0,3	0,5969	0,7595	0,7616	0,7616	-0,87126
9	Значение первой границы отрезка					0		-0,763183	-0,70047473	0,4	0,88818	1,0643	1,0675	1,0676	-0,7676
10								-0,6327477	-0,55294713	0,5	1,17012	1,36517	1,3699	1,37	-0,6341
11	Значение второй границы отрезка					1		-0,4760068	-0,37829062	0,6	1,43901	1,65909	1,6658	1,666	-0,47152
12								-0,2945266	-0,17796996	0,7	1,69085	1,94313	1,9527	1,9531	-0,28092
13	Число точек отрезка					10		-0,0901201	0,046282223	0,8	1,92119	2,21439	2,228	2,2287	-0,06368
14								0,1351701	0,292481574	0,9	2,12484	2,47009	2,4897	2,4909	0,17858
15	Величина шага					0,1		0,3790931	0,558411813	1	2,29528	2,70753	2,7364	2,7384	0,443936
16								0,6392116	0,841649244	1,1	2,42343	2,92395	2,9676	2,9714	0,730234
17								0,9129267	1,139594622	1,2	2,49479	3,11602	3,1854	3,1932	1,035081
18								1,1975035	1,449521454	1,3	2,48192	3,27746	3,3972	3,4152	1,355855

Рис. 5.7. Численное решение дифференциального уравнения

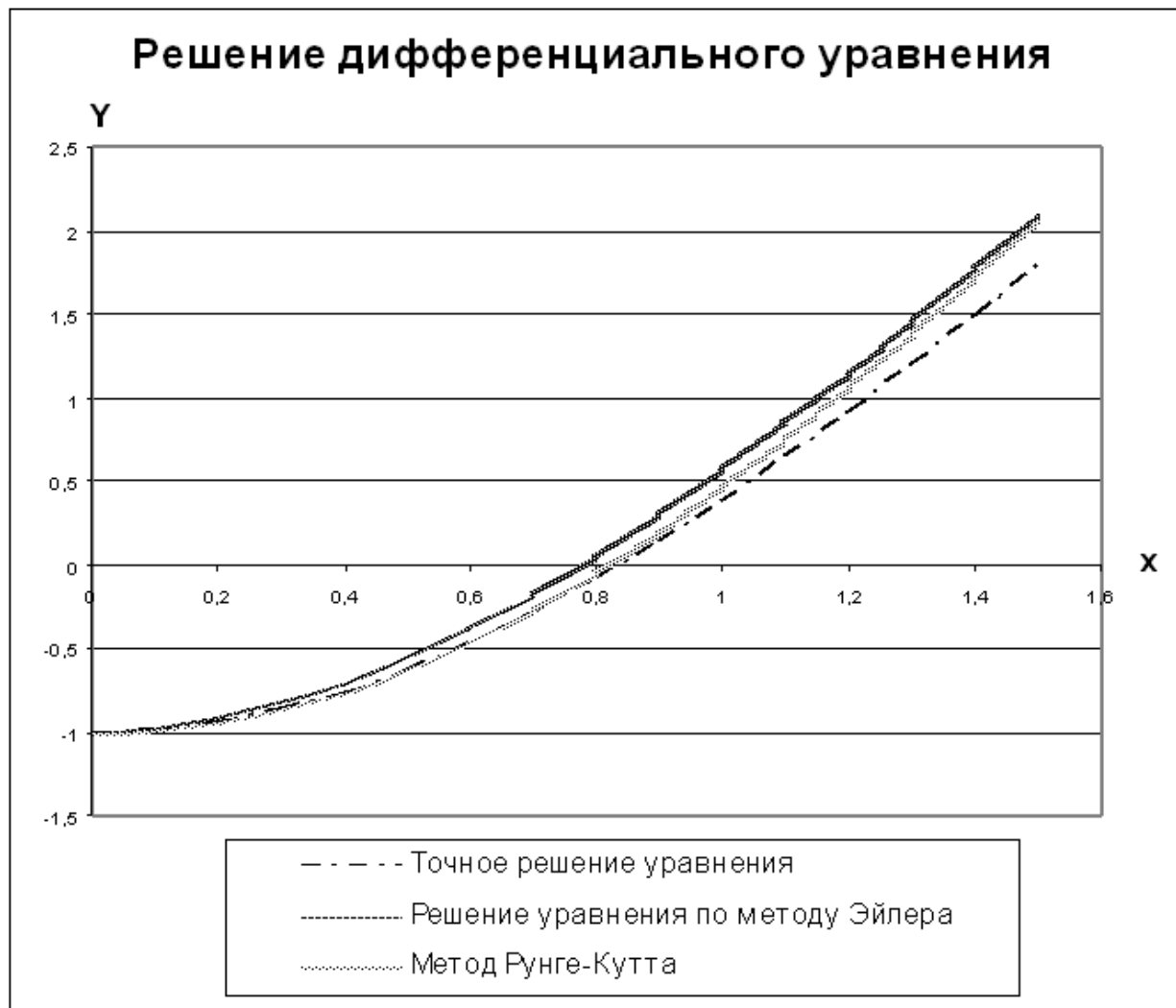


Рис. 5.8. Графики для точного и приближенного решений дифференциального уравнения

Задания к разделу «Численное решение задачи Коши»

Задание 1. Получить приближённые (метод Эйлера, метод Рунге – Кутты) решения следующих дифференциальных уравнений: границы, шаг

1. $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0$, $y(0) = 1$, $h=0,1$ $x \in [0;1]$

2. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$, $y(0) = -1$, $h=0,01$ $x \in [1;2]$

3. $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$, $y(2) = 0$, $h=0,02$ $x \in [0;1]$

4. $xy' + y = y^2 = 0$, $y(1) = 0,5$, $h=0,1$ $x \in [0;5]$

Построить графики.

Задание 2. Приняв $h=0,1$, методом Эйлера решить задачу Коши для каждого из уравнений. Построить графики:

1. $y' = y + 3x$, $y(0) = -1$, $x \in [0; 0,5]$;

2. $y' = x - 2y$, $y(0) = 0$, $x \in [0; 1]$

3. $y' = 2x - y$, $y(0) = 2$, $x \in [0; 1]$

4. $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

5. $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

6. $y' = x + 2y^2$, $y(0) = 0$, $x \in [0; 1]$

7. $y'x - x^2 - y = 0$, $y(1) = 2$, $x \in [1; 2]$

8. $y' = x^2y + x^3$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

9. $y' - \frac{xy}{x^2+1} = x$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

10. $y' - \frac{2x}{1+x^2}y = 1 + x^2$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

11. $y' - \frac{y}{x-1}y = \frac{y^2}{x-1}$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

12. $y'(y^2 + x) = y$, $y(1) = 1$, $x \in [1; 2]$

Задание 3. Приняв $h=0,1$, методом Рунге - Кутты решить задачу Коши для каждого из уравнений. Построить графики:

1. $y' = y + x$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

2. $y' = y - x$, $y(0) = -1$, $x \in [0; 1]$

3. $y' = 2x - y$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

4. $y' = x - y + 2$, $y(1) = 0$, $x \in [1; 2]$

5. $y' = x - y + 2$, $y(0) = 2$, $x \in [0; 1]$

6. $y' = x^2 - y$, $y(0) = 2$, $x \in [0; 1]$

7. $y' = x^2 + y$, $y(0) = -4$, $x \in [0; 1]$

8. $y' = x^3 + y$, $y(0) = -6$, $x \in [0; 1]$

9. $y' = x^3 - y$, $y(1) = 0$, $x \in [1; 2]$

10. $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$, $x \in [1; 2]$

11. $y' = x^2 - y^2$, $y(0) = 1$, $x \in [0; 1]$

12. $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = -1$, $x \in [0; 1]$

5.2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Известные методы численного нахождения определенного интеграла в диапазоне от X_n до X_k

$$S = \int_{X_n}^{X_k} Y(x) dx$$

легко могут быть реализованы средствами Excel. Графическая иллюстрация задачи приведена на рис. 5.9а.

Определенный интеграл функции $Y(x)$ равен площади под кривой. Самый простой способ ее нахождения – метод прямоугольников. Если разбить диапазон интегрирования на отрезки с равным шагом Δx , то сумма площадей прямоугольников, построенных на этих отрезках с высотой, равной ординате в начальной точке отрезка, даст приближенное значение искомого интеграла (заштриховано). Таким образом, для метода прямоугольников можно записать

$$S \approx \Delta x \sum_{i=0}^{n-1} Y_i$$

Из рисунка видно, что вычисления могут сопровождаться значительными ошибками – между верхней площадкой прямоугольника и кривой остается неучтенный сегмент. Для снижения погрешности следует уменьшить шаг интегрирования, либо использовать более точные методы. Таким методом является, также весьма простой, метод трапеций (рис. 5.9б). Здесь элементарной площадкой является трапеция. Площадь такой фигуры определяется как средняя сумма ординат на ее краях, умноженная на ширину основания (ширину шага).

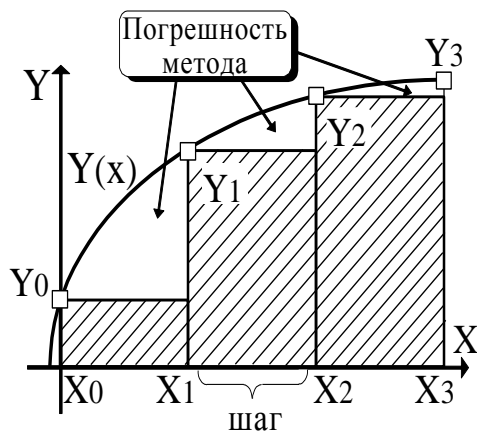


Рис. 5.9а Интегрирование:
метод прямоугольников

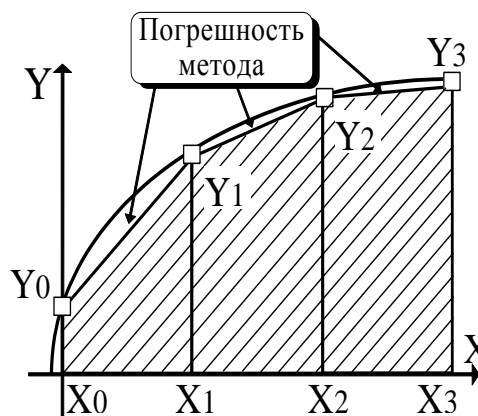


Рис. 5.9б Интегрирование:
метод трапеций

Таким образом

$$S \approx \Delta X \cdot [(X_0 + X_1)/2 + (X_1 + X_2)/2 + (X_2 + X_3)/2 + \dots + (X_{n-1} + X_n)/2]$$

$$\text{или } S \approx \Delta X \sum_{i=0}^{n-1} (Y_i + Y_{i+1})/2$$

На рис. 5.9в приведено решение методами прямоугольников и трапеций для функции $Y=X^2$, а на рис. 5.9г – используемые формулы.

	A	B	C	D	E
1	Численное интегрирование				
2	$\Delta X = 0,1$				
3	$X_H = 0$			Метод	
4	Шаг	X	f(x)	прямоугольников	трапеций
5	1	0	0	0	0
6	2	0,1	0,01	0,000	0,001
7	3	0,2	0,04	0,001	0,003
8	4	0,3	0,09	0,005	0,010
9	5	0,4	0,16	0,014	0,022
10	6	0,5	0,25	0,030	0,043
11	7	0,6	0,36	0,055	0,073
12	8	0,7	0,49	0,091	0,116
13	9	0,8	0,64	0,140	0,172
14	10	0,9	0,81	0,204	0,245
15	11	1	1	0,285	0,335

Рис. 5.9 в

Шаг интегрирования и нижний предел интегрирования занесены в клетки **B1** и **B2**. Ниже в столбце А формируется номер шага, а в столбце В – очередное значение независимой переменной X. В столбце С вычисляется текущее значение подинтегральной переменной Y(x), в столбцах D и E накапливаются результаты интегрирования.

На рис. 5.9в интегрирование с шагом 0,1 доведено до X=1. При необходимости расширить диапазон интегрирования следует скопировать вниз последнюю строку таблицы до достижения желаемого значения верхнего предела интегрирования (X). Шаг интегрирования может быть изменен непосредственно в ячейке **B1**. Формульное представление фрагмента таблицы изображено на рис. 5.9г.

	A	B	C	D	E
1	Численное интегрирование				
2	$\Delta X = 0,1$				
3	$X_H = 0$			Метод	
4	Шаг	X	f(x)	прямоугольников	трапеций
5	1	0	=B5^2	0	0
6	=A5+1	=B5+\$B\$2	=B6^2	=D5+C5*B\$2	=E5+(C5+C6)*B\$2/2
7	=A6+1	=B6+\$B\$2	=B7^2	=D6+C6*B\$2	=E6+(C6+C7)*B\$2/2

Рис. 5.9г Формульное представление фрагмента таблицы

С целью проверки результатов можно вычислить определенный интеграл вручную $S = \int_0^1 X^2 dx = X^3/3 \Big|_0^1 = 1/3 = 0,333$

Видим, что результат, полученный методом трапеций, уже весьма близок к точному.



Задание.

Найти методом прямоугольников и методом трапеций определённый интеграл: $Y = \int_0^6 X^2 dx$



Технология выполнения задания.

Исходные данные и формулы для решения определённого интеграла представлены на рис. 5.10.

- задать значение нижнего (ячейка **A3**) и верхнего (ячейка **B3**) пределов интегрирования в соответствии с заданием;
- задать количество отрезков **N** (ячейка **C3**) и рассчитать величину шага **H** по формуле $H=(b-a)/N$ (ячейка **D3**);
- в ячейке **A5** задайте начальное значение аргумента **X**, равное нижнему пределу интегрирования (**=A3**);
- в ячейку **A6** записать формулу расчёта приращения аргумента (**= A5+\$D\$3**), указав абсолютную адресацию для ячейки, в которой записана величина шага (**\$D\$3**) и скопировать её до ячейки **A25**;
- в ячейку **B5** записать выражение для подынтегральной функции (**= A5^2**) и скопировать его до ячейки **B25**;
- составить расчетную формулу для метода *прямоугольников*:
для накопления суммы используйте рекуррентную зависимость: $S_{i+1}=S_i+HY(X_i)$. Здесь каждое последующее значение суммы S_{i+1} рассчитывается на основании предыдущего S_i плюс следующий член последовательности $HY(X_i)$. Обратите внимание, что значение аргумента берется от предыдущего шага X_i . Чтобы не произошло накопление ошибки, первоначальную сумму надо обнулить, поэтому в ячейку **C5** ввести ноль. Саму рекуррентную зависимость, выраженную в адресах, записать в ячейку **C6**. Обратите внимание, что значение функции берется от предыдущего шага (ячейка **B5**), а адрес ячейки, в которой записан шаг, представлен с применением абсолютной адресации **\$D\$3** (чтобы при копировании формулы адрес этой ячейки не изменился);
- скопировать формулу из ячейки **C6** в ячейки диапазона **C7:C25**, получится ряд промежуточных сумм, а в ячейке **C25** будет представлен окончательный результат равный 66,69;
- сравнить результат с точным решением этого табличного интеграла **=72**.
- при составлении расчетной формулы для метода *трапеции*, графическая интерпретация, которого приведена на рис. 5.9б. суммируются площади трапеций. Для площади первой трапеции (произведение полусуммы оснований на высоту) имеем следующее выражение: $S_1=((Y(X_0)+Y(X_1))/2)H$;
- для остальных трапеций составим аналогичные зависимости. Для накопления площадей, поступим так же, как при расчёте методом прямоугольников, используя рекуррентную зависимость. Т.е. на каждом шаге к сумме, накопленной за предыдущие шаги, добавляется площадь очередной трапеции. Первоначальная сумма ячейка **D5** **=0**. Вести в ячейку **D6** (рис. 5.10) выражение для суммы площадей на втором шаге: **= D5+(B5+B6)*\$D\$3/2**.
- скопировать формулу в ячейки диапазона **D7:D25**.
- сравнить результаты (рис. 5.11), полученные методом прямоугольников (66,69) и трапеций (72,09), с точным решением определенного интеграла (72).

	A	B	C	D
1	Численное интегрирование			
2	Нижний предел, a	Верхний предел, b	Количество отрезков, N	Шаг, H
3	0	6	20	0,3
4	Аргумент, X	Функция, У(X)	Метод прямоугольников	Метод трапеций
5				
6				
7				

= A3	= A5+\$D\$3	= A5^2	= C5+B5*\$D\$3	0	= D5+(B5+B6)*\$D\$3/2
------	-------------	--------	----------------	---	-----------------------

Рис. 5.10. Макет таблицы с исходными данными

	A	B	C	D
1	Численное интегрирование			
2	Нижний предел, a	Верхний предел, b	Количество отрезков, N	Шаг, H
3	0	6	20	0,3
4	Аргумент, X	Функция, У(X)	Метод прямоугольников	Метод трапеций
5	0	0	0	0
6	0,3	0,09	0	0,0135
7	0,6	0,36	0,027	0,081
8	0,9	0,81	0,135	0,2565
9	1,2	1,44	0,378	0,594
10	1,5	2,25	0,81	1,1475
11	1,8	3,24	1,485	1,971
12	2,1	4,41	2,457	3,1185
13	2,4	5,76	3,78	4,644
14	2,7	7,29	5,508	6,6015
15	3	9	7,695	9,045
16	3,3	10,89	10,395	12,0285
17	3,6	12,96	13,662	15,606
18	3,9	15,21	17,55	19,8315
19	4,2	17,64	22,113	24,759
20	4,5	20,25	27,405	30,4425
21	4,8	23,04	33,48	36,936
22	5,1	26,01	40,392	44,2935
23	5,4	29,16	48,195	52,569
24	5,7	32,49	56,943	61,8165
25	6	36	66,69	72,09

Рис. 5.11. Решение определённого интеграла методами прямоугольников и трапеций

Задания к разделу «Численное интегрирование функций»

Задание. Вычислить интегралы:

$$1. \int_0^1 \cos(x + x^3) dx$$

$$2. \int_0^1 \sin(x^4 + 2x^3 + x^2) dx$$

$$3. \int_0^1 e^{\sin x} dx$$

$$4. \int_0^1 \sin e^{-x^2} dx$$

$$5. \int_0^1 e^{\cos x} dx$$

$$6. \int_{0,1}^2 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$$

$$7. \int_0^1 \cos x^2 dx$$

$$8. \int_0^1 \sin(x + x^3) dx$$

$$9. \int_0^1 \cos e^{-x^2} dx$$

$$10. \int_1^2 \sin 2xe^{-x^2} dx$$

$$11. \int_1^2 e^{-(x+x^{-1})} dx$$

$$12. \int_1^2 \ln x(x+1)^{-1} dx$$

$$13. \int_{\pi/2}^{\pi} \sqrt{x} e^{-x^2} dx$$

$$14. \int_0^1 \cos x^3 dx$$

$$15. \int_0^{\pi} \sin(2 \cos x) dx$$

$$16. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \ln \sin x dx$$

$$17. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos(2 \sin x) dx$$

$$18. \int_0^{\pi} x^2 e^{-x^2} dx$$

$$19. \int_0^{\pi} x^4 e^{-x^2} dx$$

$$20. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos(x + x^3) dx$$

ГЛАВА 6. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ НАДСТРОЙКИ ПОИСК РЕШЕНИЯ

Многие проблемы производства, проектирования, прогнозирования сводятся к широкому классу задач оптимизации, для решения которых применяются математические методы. Типовыми задачами такого плана являются, например, следующие:

- ⇒ ассортимент продукции - максимизация выпуска товаров при ограничениях на сырье для производства этих товаров;
- ⇒ штатное расписание - составление штатного расписания для достижения наилучших результатов при наименьших расходах;
- ⇒ планирование перевозок - минимизация затрат на транспортировку товаров;
- ⇒ составление смеси - достижение заданного качества смеси при наименьших расходах;
- ⇒ размер емкости - определение размеров некоторой емкости с учетом стоимости материала для достижения максимального объема;
- ⇒ случайные величины - различные задачи, в которые входят случайные величины;
- ⇒ прочие разнообразные задачи оптимального распределения ресурсов и оптимального проектирования и т. д.

Задачу оптимизации в общем виде можно сформулировать следующим образом (табл. 6.1).

Таблица 6.1. Постановка задачи оптимизации в общем случае

№	Название	Математическая запись	Описание
1	Целевая функция (критерий оптимизации)	$F=f(x_j) \rightarrow \max (\min, \text{const})$ $j = \overline{1, n}$	Показывает, в каком смысле решение должно быть <i>оптимальным</i> , т. е. наилучшим. Возможны три вида целевой функции: максимизация, минимизация, назначение заданного значения
2	Ограничения	$g_i(x_j) \leq (=, \geq) b_i,$ $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ $x_j = \overline{1, k} \leq n$ - целые (для задач целочисленного программирования) $0 \leq x_j \leq 1, j = \overline{1, k}$ - для задач с булевыми переменными	Устанавливают зависимости между переменными. Могут быть односторонними и двусторонними. При решении задач двустороннее ограничение записывается в виде двух односторонних
3	Граничные условия	$d_j \leq x_j \leq D_j, j = \overline{1, n}$	Показывают, в каких пределах могут быть значения искомым переменных в оптимальном решении

Решение задачи (пп. 1-3), удовлетворяющее всем ограничениям и граничным условиям, называется *допустимым*. Важная характеристика задачи оптимизации - ее *размерность*, которая определяется числом переменных n и числом ограничений m . При $n < m$ задачи решения не имеют.

Необходимым требованием задач оптимизации является условие $n > m$. Систему уравнений, для которых $n = m$ рассматривают как задачу оптимизации, имеющую одно допустимое решение (ее можно решать как обычную задачу оптимизации, назначая в качестве целевой функции любую переменную).

Итак, задача имеет оптимальное решение, если она удовлетворяет двум требованиям:

- имеет более одного решения, т. е. существуют допустимые решения;
- имеется критерий, показывающий, в каком смысле принимаемое решение должно быть оптимальным, т. е. наилучшим из допустимых.

В MS Excel существует возможность с помощью надстройки **Поиск решения** найти решение, оптимальное в некотором смысле при нескольких входных значениях и наборе ограничений на решение.

Настройка Поиск решения

Настройка **Поиск решения** запускается командой **Сервис - Поиск решения**. Если в меню **Сервис** отсутствует команда **Поиск решения**, следует воспользоваться командой **Сервис - Настройки** и установить флажок **Поиск решения**. Вид диалогового окна **Поиск решения** приведен на рис. 6.1. а опции его настройки - в табл. 6.2.

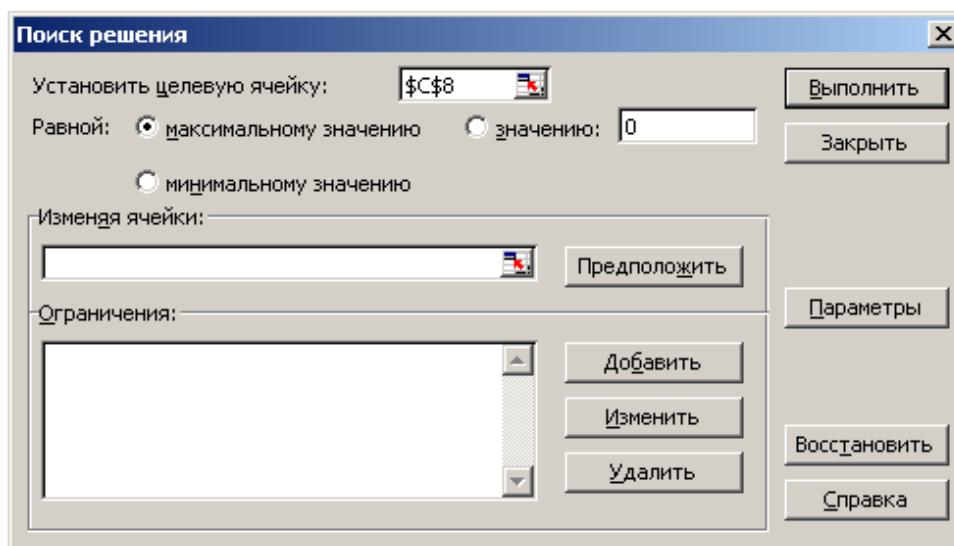


Рис. 6.1. Окно **Поиск решения**

Таблица 6.2. Опции окна **Поиск решения**

Опции	Описание
Установить целевую ячейку	Указывается ячейка, содержащая целевую функцию (критерий оптимизации) рассматриваемой задачи
Равной	Следует выбрать из трех переключателей (максимальному значению, минимальному значению, значению) тот, который определяет тип взаимосвязи между решением и целевой ячейкой
Изменяя ячейки	Указываются ячейки, которые должны изменяться в процессе поиска решения задачи (т. е. ячейки, которые являются переменными задачи)
Ограничения	Отображаются ограничения, налагаемые на переменные задачи. Допускаются ограничения в виде равенств, неравенств, а также - требование целочисленности переменных. Ограничения добавляются по одному с помощью кнопки Добавить
Кнопка Параметры	Позволяет изменять условия и варианты поиска решений исследуемой задачи, а также загружать и сохранять оптимизируемые модели. Значения и состояния элементов управления, используемые по умолчанию, подходят для решения большинства задач

При нажатии кнопки **Параметры** в окне **Поиск решения** открывается окно **Параметры поиска решения** (рис. 6.2), описание опций которого приведено в табл. 6.3.

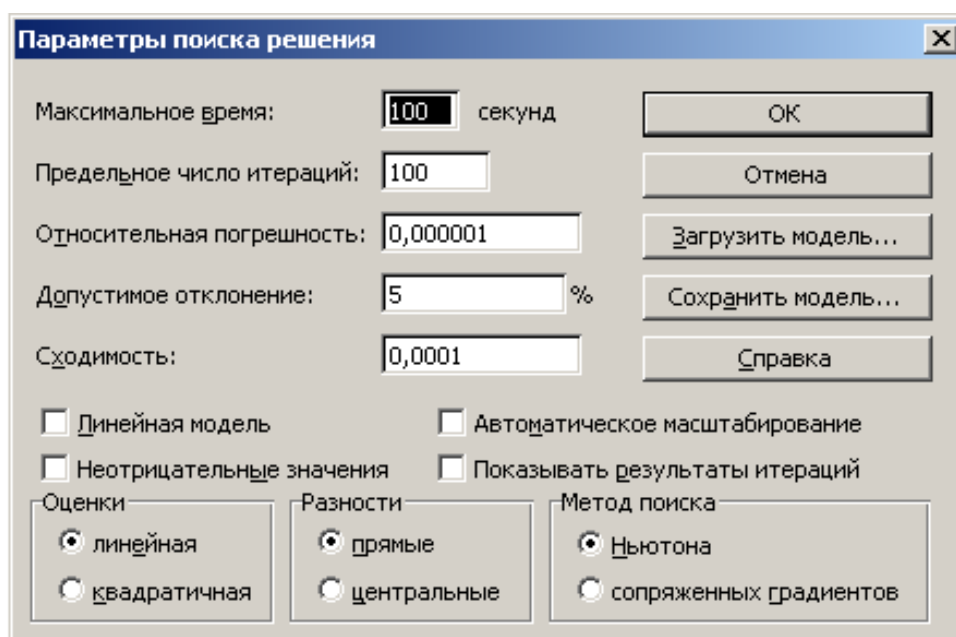


Рис. 6.2. Окно **Параметры поиска решения**

Таблица 6.3. *Опции окна **Параметры поиска решения***

Опции	Описание
Максимальное время	Ограничивает время, отпускаемое на поиск решения задачи
Предельное число итераций	Ограничивает число промежуточных вычислений
Относительная погрешность	Определяют точность, с которой ищется решение
Допустимое отклонение	Рекомендация. После нахождения решения с величинами данных параметров, заданными по умолчанию, повторите вычисления с большей точностью и меньшим допустимым отклонением и сравните с первоначальным решением. Использование данной проверки особенно рекомендуется для задач с требованием целочисленности переменных
Линейная модель	Служит для поиска решения линейной задачи оптимизации или линейной аппроксимации нелинейной задачи. В случае нелинейной задачи флажок Линейная модель должен быть сброшен, в случае линейной задачи - установлен, т. к. иначе возможно получение неверного результата
Показывать результаты итераций	Для приостановки поиска решений и просмотра отдельных итераций
Автоматическое масштабирование	Предназначен для включения автоматической нормализации входных и выходных значений, качественно различающихся по величине. Например, при максимизации прибыли в процентах по отношению к вложениям, исчисляемым в миллионах рублей
Оценки	Служит для выбора метода экстраполяции
Разности	Группа предназначена для выбора метода численного дифференцирования
Метод поиска	Служит для выбора алгоритма оптимизации

Сохранение (загрузка) различных данных для поиска решения осуществляется, соответственно, с помощью кнопок **Сохранить модель** и **Загрузить модель** окна **Параметры поиска решения**.



Рекомендации по решению задач оптимизации с помощью надстройки Поиск решения

Построение математической модели задачи

Работа по решению некоторой оптимизационной задачи всегда начинается с построения математической модели, для чего необходимо ответить на следующие вопросы:

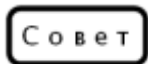
- каковы переменные модели (для определения каких величин строится модель)?
- в чем состоит цель, для достижения которой из множества всех допустимых значений переменных выбираются оптимальные?
- каким ограничениям должны удовлетворять неизвестные?

Стоит также учесть, что при конструировании модели формулировка ограничений является самой ответственной частью конструкции. В некоторых случаях ограничения очевидны, например, ограничение на количество сырья. Другие же ограничения могут быть менее очевидны и могут быть указаны неверно. Например:

- в модели с несколькими периодами времени величина материального ресурса на начало следующего периода должна равняться величине этого ресурса на конец предыдущего периода;
- в модели поставок величина запаса на начало периода плюс количество полученного должна равняться величине запаса на конец периода плюс количество отправленного;
- многие величины в модели по своему физическому смыслу не могут быть отрицательными, например, количество полученных единиц товара.

Таким образом, на данном этапе делаются выводы об исходных данных (детерминированные или случайные), искомым переменных (непрерывные или дискретные), о пределах, в которых могут находиться значения искомым величин, о зависимостях между переменными (линейные или нелинейные), о критериях, по которым необходимо находить оптимальное решение. Сюда же входит преодоление несовместности, а также неограниченности целевой функции: при максимизации целевой функции область допустимых решений должна быть ограничена сверху, при минимизации - ограничена снизу.

Решение задачи с помощью надстройки Поиск решения



Прежде всего, подготовьте рабочий лист MS Excel - корректно разместите на нем все исходные данные, грамотно введите необходимые формулы для целевой функции и для других зависимостей, выберите место для значений переменных.



Правильно введите все ограничения, переменные, целевую функцию и другие значения в окно **Поиск решения**.

Большую часть задач оптимизации представляют собой задачи *линейного программирования*, т. е. такие, у которых критерий оптимизации и ограничения - линейные функции. В этом случае для решения задачи следует установить флажок **Линейная модель** в окне **Параметры поиска решения**. Это обеспечит применение симплекс-метода. В противном случае даже для решения линейной задачи будут использоваться более общие (т. е. более медленные) методы.

Поиск решения может работать также и с нелинейными зависимостями и ограничениями. Это, как правило, задачи нелинейного программирования или, например, решение системы нелинейных уравнений. Для успешной работы средства **Поиск решения** следует стремиться к тому, чтобы зависимости были гладкими или, по крайней мере, непрерывными. Наиболее часто разрывные зависимости возникают при использовании функции ЕСЛИ (), среди аргументов которой имеются переменные величины модели. Проблемы могут возникнуть также и при использовании в модели функций типа ABS (), ОКРУГЛ () и т. д.

Решая задачи с нелинейными зависимостями, следует:

- ввести предварительно предположительные значения искомым переменных (иногда легко получить графическое представление решения и сделать приблизительные выводы о решении);
- в окне **Параметры поиска решения** снять (если установлен) флажок **Линейная модель**.

Решая задачи целочисленного программирования, не следует забывать также о требованиях целочисленности и булевости.

Анализ решения задачи оптимизации

При необходимости проводится анализ решения. Часто добавляют также представление решения в виде графиков или диаграмм. Можно получить и отчет о поиске решения. Отчеты бывают трех типов: **Результаты**, **Устойчивость**, **Пределы**. Тип отчета выбирается по окончании поиска решения в окне **Результаты поиска решения** в списке **Тип отчета** (можно выбрать сразу два или три типа).

- Отчет типа **Результаты** содержит окончательные значения параметров задачи целевой функции и ограничений.
- Отчет типа **Устойчивость** показывает результаты малых изменений параметров поиска решения.
- Отчет типа **Пределы** показывает изменения решения при поочередной максимизации и минимизации каждой переменной при неизменных других переменных.

6.1. ЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Линейное программирование - это раздел математического программирования, посвященный нахождению экстремума линейных функций нескольких переменных при дополнительных линейных ограничениях, которые налагаются на переменные. Методы, с помощью которых решаются задачи, подразделяются на универсальные (например, симплексный метод) и специальные. С помощью универсальных методов решаются любые задачи линейного программирования. Особенностью задач линейного программирования является то, что экстремум целевой функции достигается на границе области допустимых решений.



Задание. Планирование производства материалов.

Фирма выпускает два типа строительных материалов: *A* и *B*. Про-

дукция обоих видов поступает в продажу. Для производства материалов используются два исходных продукта: I и II. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 7 и 9 тонн соответственно. Расходы продуктов I и II на 1 тонну соответствующих материалов приведены в табл. 6.4.

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на материал B никогда не превышает спроса на материал A более чем на 1 т. Кроме того, спрос на материал A никогда не превышает 3 т в сутки. Оптовые цены одной тонны материалов равны: 4000 у. е. для B и 3000 у. е. для A. Какое количество материала каждой, вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации был максимальным?

Таблица 6.4. Расход продуктов

Исходный продукт	Расход исходных продуктов, т (на одну тонну материалов)		Максимально возможный запас, т
	материал A	материал B	
I	3	2	7
II	2	3	9



Технология выполнения задания.

1. Формулировка математической модели задачи:

- переменные для решения задачи: x_1 - суточный объем производства материала A, x_2 - суточный объем производства материала B;
- определение функции цели (критерия оптимизации). Суммарная суточная прибыль от производства x_1 материала A и x_2 материала B равна:

$$F = 4000 x_2 + 3000 x_1$$

поэтому цель фабрики - среди всех допустимых значений x_2 и x_1 найти такие, которые максимизируют суммарную прибыль от производства материалов F:

$$F = 4000 x_2 + 3000 x_1, \rightarrow \max$$

- ограничения на переменные:
 - объем производства красок не может быть отрицательным, т. е.

$$x_2 \geq 0, x_1 \geq 0;$$
 - расход исходного продукта для производства обоих видов материалов не может превосходить максимально возможного запаса данного исходного продукта, т. е.:

$$2x_2 + 3x_1 \leq 7,$$

$$3x_2 + 2x_1 \leq 9$$
 - ограничения на величину спроса на материалы:

$$x_1 - x_2 \leq 1,$$

$$x_1 \leq 3$$

Таким образом, получаем следующую математическую модель задачи:

- Найти максимум следующей функции:

$$F = 4000 x_2 + 3000 x_1, \rightarrow \max$$

- при ограничениях вида:

$$\begin{aligned} 2x_2+3x_1 &\leq 7, \\ 3x_2+2x_1 &\leq 9, \\ x_1-x_2 &\leq 1, \\ x_1 &\leq 3, \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

2. Подготовка листа рабочей книги MS Excel для вычислений: на рабочий лист ввести необходимый текст, данные и формулы в соответствии с рис. 6.3. Переменные задачи x_1 и x_2 находятся, соответственно, в ячейках **C3** и **C4**. Целевая функция находится в ячейке **C6** и содержит формулу:

$$=4000*C4+3000*C3$$

- Ограничения на задачу учтены в ячейках **C8:D11**.

	A	B	C	D
1	Планирование производства материалов			
2	Переменные			
3		x1		
4		x2		
5				
6	Целевая функция		=4000*C4+3000*C3	
7				
8	Ограничения		=2*C4+3*C3	7
9			=3*C4+2*C3	9
10			=C3-C4	1
11			=C3	3
12				

Рис. 6.3. Рабочий лист MS Excel для решения задачи планирования производства материалов

3. Работа с надстройкой **Поиск решения** - воспользовавшись командой **Сервис - Поиск решения**, ввести необходимые данные для рассматриваемой задачи (установка данных в окне **Поиск решения** приведена на рис. 6.4). Результат работы по поиску решения помещен на рис. 6.5-6.8.

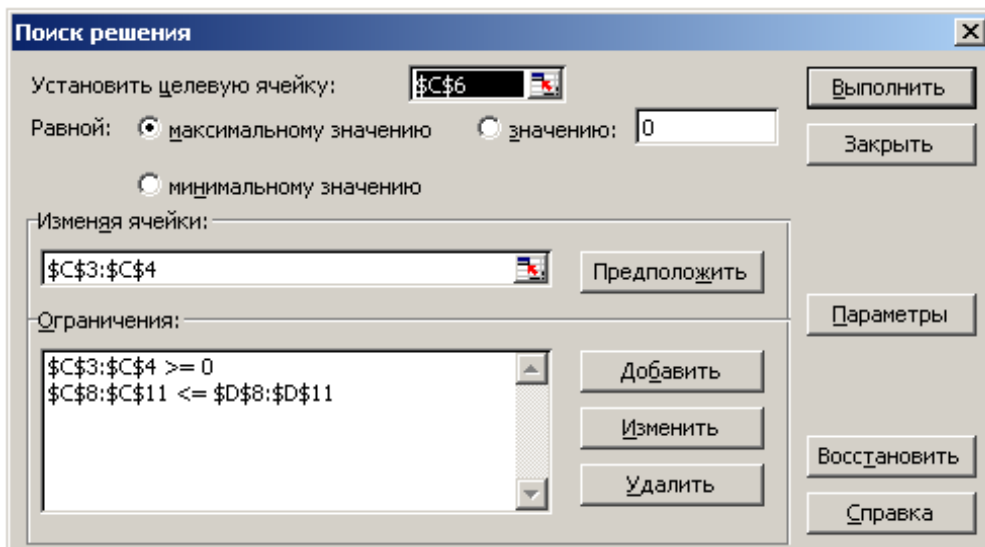


Рис. 6.4. Установка необходимых параметров задачи планирования материалов в окне **Поиск решения**

	A	B	C	D
1	Планирование производства материалов			
2	Переменные			
3		x1	0,6	
4		x2	2,6	
5				
6	Целевая функция		12200	
7				
8	Ограничения		7	7
9			9	9
10			-2	1
11			0,6	3

Рис. 6.5. Результат расчета надстройки Поиск решения

Описание отчетов о решении задачи

□ **Отчет по результатам** (рис. 6.6) - таблица **Целевая ячейка** выводит сведения о целевой функции; таблица **Изменяемые ячейки** показывают значения искомых переменных, полученных в результате решения задачи; таблица **Ограничения** отображает результаты оптимального решения для ограничений и для граничных условий. В поле **Формула** приведены зависимости, которые были введены в окно **Поиск решения**, в поле **Разница** - величины использованного материала. Если материал используется полностью, то в поле **Статус** указывается **связанное**, при неполном использовании материала в этом поле указывается **не связан**. Для граничных условий приводятся аналогичные величины с той лишь разницей, что вместо величины неиспользованного продукта показана разность между значением переменной в найденном оптимальном решении и заданным для нее граничным условием.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1						
3	Отчет создан: 14.05.2011 9:56:45						
4							
5							
6	Целевая ячейка (Максимум)						
7	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
8	\$C\$6	Целевая функция	12200	12200			
9							
10							
11	Изменяемые ячейки						
12	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
13	\$C\$3	x1	0,6	0,6			
14	\$C\$4	x2	2,6	2,6			
15							
16							
17	Ограничения						
18	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	
19	\$C\$8	Ограничения	7	\$C\$8<=\$D\$8	связанное	0	
20	\$C\$9		9	\$C\$9<=\$D\$9	связанное	0	
21	\$C\$10		-2	\$C\$10<=\$D\$10	не связан.	3	
22	\$C\$11		0,6	\$C\$11<=\$D\$11	не связан.	2,4	
23	\$C\$3	x1	0,6	\$C\$3>=0	не связан.	0,6	
24	\$C\$4	x2	2,6	\$C\$4>=0	не связан.	2,6	
25							

Рис. 6.6. Отчет по результатам поиска решения

□ **Отчет по устойчивости** (рис. 6.7) - в таблице **Изменяемые ячейки** приводится результат решения задачи. В таблице **Ограничения** выводятся значения для ограничений, при которых сохраняется оптимальный набор переменных, входящих в оптимальное решение.

	A	B	C	D	E	
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости					
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1					
3	Отчет создан: 14.05.2011 10:06:40					
4						
5						
6	Изменяемые ячейки					
7				Результ.	Нормир.	
8	Ячейка	Имя		значение	градиент	
9	\$C\$3	x1		0,6	0	
10	\$C\$4	x2		2,6	0	
11						
12	Ограничения					
13				Результ.	Лагранжа	
14	Ячейка	Имя		значение	Множитель	
15	\$C\$8	Ограничения		7	200	
16	\$C\$9			9	1200	
17	\$C\$10			-2	0	
18	\$C\$11			0,6	0	

Рис. 6.7. Отчет по устойчивости поиска решения

□ **Отчет по пределам** (рис. 6.8) - в отчете показано, в каких пределах может изменяться количество материалов, вошедших в оптимальное решение, при сохранении структуры оптимального решения; приводятся значения переменных в оптимальном решении, а также нижние и верхние пределы изменения значений переменных; здесь также указаны значения целевой функции при выпуске данного типа продукции на верхнем и нижнем пределах.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам									
2	Рабочий лист: [Книга1]Отчет по пределам 1									
3	Отчет создан: 14.05.2011 10:06:52									
4										
5										
6	Целевое									
7	Ячейка	Имя	Значение							
8	\$C\$6	Целевая функция	12200							
9										
10										
11	Изменяемое			Нижний	Целевой	Верхний	Целевой			
12	Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат			
13	\$C\$3	x1	0,6	0	10400	0,6	12200			
14	\$C\$4	x2	2,6	0	1800	2,6	12200			

Рис. 6.8 Отчет по пределам поиска решения

**Задание. Определение состава удобрений.**

Для получения удобрений видов 1 и 2 используются химические вещества A , B , C и D требования к содержанию которых в удобрениях приведены в табл. 6.5.

Таблица 6.5. Требования к содержанию химических веществ в удобрениях

Вид удобрения	Требования к содержанию химических веществ
1	Не более 70% вещества A Не более 40% вещества B
2	От 30 до 50% вещества B Не менее 25% вещества C Не более 65% вещества D

Характеристики и запасы минералов, используемых для производства химических веществ A , B , C и D , указаны в табл. 6.6.

Таблица 6.6. Характеристики и запасы минералов

Минерал	Максимальный запас, т	Состав, %				Цена, у.е./т
		A	B	C	D	
1	1200	30	20	15	35	40
2	2500	20	30	10	40	50
3	3100	15	15	40	30	60

Цена 1 т удобрения вида 1 равна 320 у.е., цена 1 т удобрения вида 2 – 350 у.е. Необходимо максимизировать прибыль от продажи удобрений видов 1 и 2.

**Технология выполнения задания.**

1. Математическая модель задачи.

Пусть:

- $x_{A1}, x_{B1}, x_{C1}, x_{D1}$ – количество химических веществ A , B , C и D , используемых для получения удобрения вида 1;
- $x_{A2}, x_{B2}, x_{C2}, x_{D2}$ – количество химических веществ A , B , C и D , используемых для получения удобрения вида 2;
- $y_i, i = \overline{1,3}$ – количество используемого i – го минерала.

Найти максимум функции:

$F = 320(x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} + x_{D1}) + 350(x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2}) - 40y_1 - 50y_2 - 60y_3 \rightarrow \max$
при следующих ограничениях:

- на состав вида удобрения (см. табл. 6.5):

$$\begin{aligned} x_{A1} &\leq 0,7(x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} + x_{D1}), \\ x_{B1} &\leq 0,4(x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} + x_{D1}), \\ x_{B2} &\leq 0,5(x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2}), \\ x_{B2} &\geq 0,3(x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2}), \\ x_{C2} &\geq 0,25(x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2}), \\ x_{D2} &\leq 0,65(x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2}), \end{aligned}$$

- на характеристики и состав минералов (см. табл.6.6):

$$x_{A1} + x_{A2} \leq 0,3y_1 + 0,2y_2 + 0,15y_3,$$

$$x_{B1} + x_{B2} \leq 0,2y_1 + 0,3y_2 + 0,15y_3,$$

$$x_{C1} + x_{C2} \leq 0,15y_1 + 0,1y_2 + 0,4y_3,$$

$$x_{D1} + x_{D2} \leq 0,35y_1 + 0,4y_2 + 0,3y_3,$$

- на диапазоны переменных:

$$x_{i1} \geq 0, x_{i2} \geq 0, i = A, D$$

$$0 \leq y_1 \leq 1200,$$

$$0 \leq y_2 \leq 2500,$$

$$0 \leq y_3 \leq 3100.$$

2. Подготовка листа рабочей книги MS Excel – разместим данные для решения задачи на рабочем листе в соответствии с рис. 6.8 и табл. 6.7.

Таблица 6.7. Формулы для расчета, используемые при решении задачи определения состава удобрений

Описание	Ячейка	Формула
Целевая функция	D11	=320*СУММ(C5:C8)+350*СУММ(D5:D8)-40*F5-50*F6-60*F7
Ограничения	B14	=C5-0,7*СУММ(C5:C8)
	B15	=C6-0,4*СУММ(C5:C8)
	B16	=D6-0,5*СУММ(D5:D8)
	B17	=0,3*СУММ(D5:D8)-D6
	B18	=0,25*СУММ(D5:D8)-D7
	B19	=D8-0,65*СУММ(D5:D8)
	B20	=СУММ(C5:D5)-0,3*\$F\$5-0,2*\$F\$6-0,15*\$F\$7
	B21	=СУММ(C6:D6)-0,2*\$F\$5-0,3*\$F\$6-0,15*\$F\$7
	B22	=СУММ(C7:D7)-0,15*\$F\$5-0,1*\$F\$6-0,4*\$F\$7
B23	=СУММ(C8:D8)-0,35*\$F\$5-0,4*\$F\$6-0,3*\$F\$7	

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Определение состава удобрений							
2	Переменные							
3			Удобрение					
4	В		A	B		Минерал		Запас минерала
5	е	1	1325	0	1	1200		1200
6	ш	2	0	1455	2	2500		2500
7	с	3	0	1670	3	3100		3100
8	т	4	625	1725				
9	а							
10	о							
11	Целевая функция		=320*СУММ(C5:C8)+350*СУММ(D5:D8)-40*F5-50*F6-60*F7					
12								
13	Ограничения							
14		=C5-0,7*СУММ(C5:C8)						
15		=C6-0,4*СУММ(C5:C8)						
16		=D6-0,5*СУММ(D5:D8)						
17		=0,3*СУММ(D5:D8)-D6						
18		=0,25*СУММ(D5:D8)-D7						
19		=D8-0,65*СУММ(D5:D8)						
20		=СУММ(C5:D5)-0,3*\$F\$5-0,2*\$F\$6-0,15*\$F\$7						
21		=СУММ(C6:D6)-0,2*\$F\$5-0,3*\$F\$6-0,15*\$F\$7						
22		=СУММ(C7:D7)-0,15*\$F\$5-0,1*\$F\$6-0,4*\$F\$7						
23		=СУММ(C8:D8)-0,35*\$F\$5-0,4*\$F\$6-0,3*\$F\$7						

Рис. 6.8. Лист рабочей книги для решения задачи производства удобрений

3. Ввод данных в окно Поиск решения осуществить в соответствии с рис. 6.9. Не следует забывать о заполнении необходимых опций в окне Параметры поиска решения.

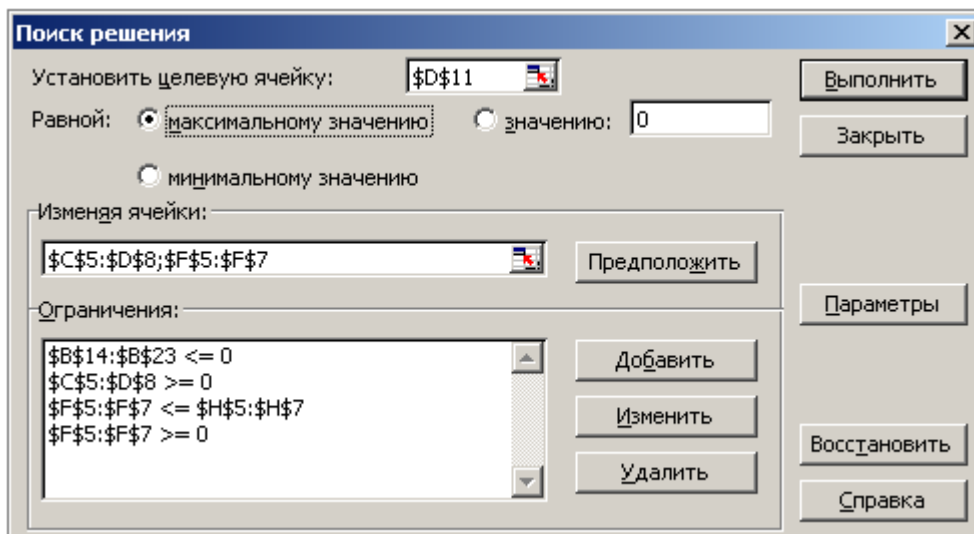


Рис. 6.9. Заполнение окна Поиск решения для задачи о производстве удобрений

4. Результаты поиска решения, т.е. решения задачи об определении состава удобрений, представлены на рис. 6.10.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Определение состава удобрений							
2	Переменные							
3			Удобрение					
4	<i>В</i>		A	B		Минерал		Запас минерала
5	<i>е</i>	1	1325	0	1	1200		1200
6	<i>щ</i>	2	0	1455	2	2500		2500
7	<i>е</i>	3	0	1670	3	3100		3100
8	<i>с</i>	4	625	1725				
9	<i>т</i>							
10	<i>е</i>							
11	<i>о</i>							
11	Целевая функция			1962500				
12								
13	Ограничения							
14		-40						
15		-780						
16		-970						
17		0						
18		-457,5						
19		-1427,5						
20		0						
21		0						
22		0						
23		0						

Рис. 6.10. Оптимальное решение задачи о производстве удобрений

Задания к разделу «Линейная оптимизация»

Вариант 1.

Предприятие имеет 3 вида сырья, которое используются для выпуска двух видов продукции.

Вид сырья	Продукция 1	Продукция 2	Объем сырья
Сырье 1	2	3	120
Сырье 2	2	1	80
Сырье 3	3	4	240

Прибыль от реализации единицы продукции 1 вида составляет 6 денежных единиц, 2 вида - 4 денежные единицы. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий получение максимальной прибыли.

Вариант 2.

Руководству рекламного агентства необходимо обеспечить минимальную потребительскую корзину для своих сотрудников. Предлагаются следующие продукты: хлеб, шоколад, мясо. В 100 г хлеба содержится: белки - 1 г, жиры - 6 г, углеводы - 7 г; стоимость 10 руб. В 100 г шоколада содержится: белки - 2 г, жиры - 5 г, углеводы - 8 г; стоимость 11 руб. В 100 г мяса содержится: белки - 3 г, жиры - 4 г, углеводы - 9 г; стоимость 11,9 руб. Человеку в день необходимо употреблять 50 г белков, 100 г жиров, 150 г углеводов. Необходимо определить требуемую потребительскую продовольственную корзину на одного сотрудника, имеющую минимальную стоимость.

Вариант 3.

Завод производит электронные приборы трех видов, используя при сборке микросхем трех типов. Расход микросхем задается следующей таблицей:

Тип микросхем	Прибор А	Прибор В	Прибор С
Тип 1	2	5	1
Тип 2	2	0	4
Тип 3	2	1	1

Ежедневно на склад завода поступает 400 микросхем типа 1 и 500 микросхем типов 2 и 3. Производственные мощности завода позволяют использовать запас поступивших микросхем полностью. Определить максимальный ежедневный объем производства.

Вариант 4.

Каждому животному нужно ежедневно выдавать не менее 6 единиц белков, 8 единиц жиров и 12 единиц углеводов. Есть два вида корма. Одна единица корма 1 содержит 21 единицу белка, 2 единицы жира, 4 единицы углеводов и стоит 30 рублей. Одна единица корма 2 содержит 3 единицы белка, 2 единицы жира, 2 единицы углеводов и стоит 20 рублей. Определить оптимальный рацион и его минимальную стоимость.

Вариант 5.

Пошивочная мастерская планирует выпуск двух видов костюмов: мужских и женских. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м лавсана и 1 чел.-день затрат труда. На мужской костюм - 3,5 м шерсти, 0,5 м лавсана и 1 чел.-день затрат труда. Всего имеется 350 м шерсти и 240 м лавсана, 150 чел.-дней затрат труда. Предусматривается выпуск не менее 110 костюмов. Определить оптимальное количество костюмов каждого вида, если прибыль от реализации женского костюма составляет 100 руб., а мужского - 200 руб.

Вариант 6.

Составить оптимальный план производства продукции, чтобы стоимость ее была максимальной, если:

Продукция	Стоимость единицы продукции, ден. ед.	Расход ресурсов, усл. ед.		
		труд	сырье	материалы
1	40	6	8	6
2	30	5	7	5

Общий объем ресурсов (усл. ед.): трудовых - 48, сырьевых - 56, материалов - 72.

Вариант 7.

Составить план выпуска продукции, обеспечивающий получение максимальной прибыли.

Ресурсы	Продукция А	Продукция В	Объем ресурсов
Сырье 1	2	3	160
Сырье 2	2	1	180
Сырье 3	3	4	220

Прибыль от реализации единицы продукции вида А составляет 60 денежных единиц, продукции вида В - 40 денежные единицы.

Вариант 8.

Фирма производит два вида продукции: столы и стулья. Для изготовления одного стула требуется 3 кг древесины, а для изготовления одного стола – 7 кг. На изготовление одного стула уходит два часа рабочего времени, а на изготовление стола – 8 часов. Каждый стул приносит прибыль, равную 1 у.е., а каждый стол – 3 у.е. Сколько стульев и сколько столов должна изготовить эта фирма, если она располагает 420 кг древесины и 400 часами рабочего времени и хочет получить максимальную прибыль?

Вариант 9.

Фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный - 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобре-

ний. Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 у. е., а улучшенный - 4 у. е. Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

Вариант 10.

Для изготовления изделий типа A_1 и A_2 склад может выделить не более 80 кг металла. Деталей типа A_1 завод может изготовить за сутки не более 30 штук, типа A_2 - не более 40 штук. Стоимость одного изделия типа A_1 составляет 3 у. е., а типа A_2 - 5 у. е. На изготовление одного изделия типа A идет 2 кг металла, типа A_2 - 1 кг. Требуется найти такой план выпуска изделий, который позволит заводу получить максимальную прибыль.

Вариант 11.

Исходя из специализации и своих технологических возможностей, предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объем ресурсов (в расчете на трудовую неделю), расход каждого ресурса на единицу выпускаемой продукции и цена, полученная за единицу продукции, приведены в табл. Требуется определить план выпуска, доставляющий предприятию максимум выручки.

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объем ресурсов
		P_1	P_2	P_3	P_4	
P_1	Трудовые ресурсы, чел.-ч	4	2	2	8	4800
P_2	Полуфабрикаты, кг	2	10	6		2400
P_3	Станочное оборудование, станко-ч	1	0	2	1	1500
Прибыль, у. е.		65	70	60	120	

Вариант 12.

Предприятию предложен на выбор выпуск три новых изделия, за счет которых можно было бы расширить номенклатуру продукции предприятия при тех же запасах ресурсов. Нормы затрат ресурсов и прибыль от реализации единицы продукции для этих изделий представлены в таблице. Определить из предложенных видов изделия, выгодные для выпуска предприятием.

Ресурсы	Объективно обусловленные оценки ресурсов	Затраты ресурсов на одно изделие		
		A	B	B
Труд	40/3	6	4	2
Сырье	0	2	1	3
Оборудование	20/3	3	1	2
Прибыль на одно изделие		80	70	45

Вариант 13.

Необходимо составить диету, состоящую из двух продуктов: А и Б. Дневное питание этими продуктами должно давать не более 14 единиц жира, но и не менее 300 калорий. В одном килограмме продукта А содержится 15 единиц жира и 150 калорий, а в одном килограмме продукта Б - 4 единицы жира и 200 калорий. При этом цена одного килограмма продукта А равна 15 у. е., а цена одного килограмма продукта Б - 25 у. е. Какое количество продуктов в день необходимо употреблять для соблюдения диеты, чтобы вложенные средства были минимальны?

Вариант 14.

Фабрика выпускает три вида тканей, причем суточное плановое задание составляет не менее 90 м тканей первого вида, 70 м - второго и 60 м - третьего. Суточные ресурсы следующие: 780 единиц производственного оборудования, 850 единиц сырья и 790 единиц электроэнергии, расход которых на один метр тканей представлен в таблице.

<i>Ресурсы</i>	<i>Ткани</i>		
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	4	5
Электроэнергия	3	4	2

Цена за 1 м ткани вида I равна 80 у. е., II - 70 у. е., III - 60 у. е. Определить, сколько метров ткани каждого вида следует выпустить, чтобы общая стоимость выпускаемой продукции была максимальной.

Вариант 15.

Фирма выпускает два вида древесно-стружечных плит - обычные и улучшенные. При этом производятся две основные операции - прессование и отделка. Какое количество плит каждого типа можно изготовить в течение месяца так, чтобы обеспечить максимальную прибыль при следующих (см. таблицу) ограничениях на ресурсы (материал, время, затраты).

<i>Затраты</i>	<i>Партия из 100 плит</i>		<i>Имеющиеся ресурсы на месяц</i>
	<i>обычных</i>	<i>улучшенных</i>	
Материал, кг	20	40	4000
Время на прессование, ч	4	6	900
Время на отделку, ч	4	4	600
Средства, у. е.	30	50	6000

6.2. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Транспортная задача имеет целью минимизацию транспортных издержек при перевозках однотипных грузов от нескольких поставщиков к нескольким потребителям. Необходимым и достаточным условием разрешимости транспортной задачи является **условие баланса**, согласно которому сумма запасов продукции во всех пунктах отправления должна равняться суммарной потребности во всех пунктах потребления.

Транспортная задача, в которой имеет место выполнение условия баланса, называется **«закрытой»**, в противном случае – **«открытой»**. Для решения «открытой» транспортной задачи ее сводят к «закрытой» задаче путем ввода **фиктивного потребителя** или **фиктивного поставщика**. В случае, когда *суммарные запасы превышают суммарные потребности*, необходим дополнительный **фиктивный** пункт потребления, который будет формально потреблять существующий излишек запасов. Если *суммарные потребности превышают суммарные запасы*, то необходим дополнительный **фиктивный** пункт отправления, формально восполняющий существующий недостаток продукции в пунктах отправления.

Введение фиктивного потребителя или поставщика повлечет необходимость формального задания **фиктивных** затрат (реально не существующих) для фиктивных перевозок. Фиктивные затраты принимаются равными нулю, так как перевозки на самом деле не осуществляются.

Выбор схемы электроснабжения

Задача заключается в определении оптимальной схемы электроснабжения потребителей, т.е. от каких подстанций и какую мощность нужно передавать к каждому потребителю. На стадии проектирования электрических сетей обычно известны мощности потребителей и возможности источников (центров) питания (подстанций), а также расстояния от подстанций до потребителей электрической энергии.

При постановке задачи на проектной стадии можно принять с достаточной точностью, что мощность, передаваемая по электрическим сетям, пропорциональна токам с коэффициентом $\sqrt{3}U_n$. Для данных условий в математической модели электроснабжения предприятия ограничения можно представить в виде:

$$\sum_{j=1}^n I_{ij} = I_i \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^m I_{ij} = I_j$$

где I_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$ – ток, потребляемый j -м потребителем с i -й подстанции; I_j – суммарный ток j -го потребителя; I_i – суммарный ток i -й подстанции. Полученные выражения уже показывают возможность свести поставленную задачу к транспортной. Как правило, номинальный ток подстанции больше суммы токов n потребителей, питающихся от данной подстанции

$$I_i > \sum_{j=1}^n I_{ij}, \quad i = \overline{1, m}$$

Следовательно, имеет место открытая транспортная задача. Для приведения к закрытой транспортной задаче введем фиктивный пункт потребления с необходимым током и нулевым расстоянием от пункта питания. В качестве критерия оптимальности примем минимум приведенных затрат на сооружение и эксплуатацию электрической сети:

$$Z_{np} = C_3 + E_n K,$$

где

$C_3 = 3\gamma^2 R \tau 10^{-3}$ – стоимость потерь электроэнергии в проводах ЛЭП, руб./год;

γ – отпускная цена кВт-ч электроэнергии, руб./кВт.-ч;

I – ток в фазе ЛЭП, А;

$R = \rho l / S$ – сопротивление материала провода, Ом мм/м;

l – длина участка, км;

τ – количество часов в году, час/год;

$K = (a + bq)l$ – капитальные вложения, руб.;

a, b – расчетные коэффициенты;

S – сечение проводов ЛЭП, мм²;

E_n – нормативный коэффициент капитальных вложений.

Если выбор проводов ЛЭП выполнять по экономической плотности тока – i_3 , А/мм², то $I = i_3 S$. Тогда $C_3 = 3\gamma\gamma I_3(q) \left(\frac{\rho l}{q} 10^3 \right) \tau 10^{-3} = 3\gamma\gamma_3 \rho \tau l = \alpha l$ – постоянный коэффициент, где $\alpha = 3\gamma i_3 \rho \tau$.

Таким образом, затраты для участка длиной l равны:

$$Z_{np} = \alpha l + l E_n (a + bI / i_3) = \beta_1 l + \beta_2 l,$$

$$\text{где } \beta_1 = \alpha + E_n b / i_3, \quad \beta_2 = E_n a.$$

Целевая функция для n участков будет:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \beta_1 l_{ij} I_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \beta_2 l_{ij}$$

Для достижения экстремального значения целевой функции достаточно минимизировать ее первый член (причем коэффициент можно не учитывать):

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n l_{ij} I_{ij} \rightarrow \min \quad (2)$$

Решение открытой транспортной задачи



Задание.

В районе электрических сетей строятся четыре новых потребителя электроэнергии: B_1, B_2, B_3, B_4 , питание которых может быть подано от трех подстанций: Π_1, Π_2, Π_3 . Расчетные мощности и ток потребителей при заданном напряжении сети, расстояние от подстанций до потребителей, резервная мощность, которой располагают подстанции, приведены в табл. 6.8.

Таблица 6.8.

	Имеющийся резерв мощности, кВ·а (А)	Потребители			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Потребляемая мощность, кВ·А		520	1040	800	400
Потребляемый ток, А		30	60	46	23
Подстанции:	Расстояние от подстанции до потребителя, км				
Π_1	1560 (90)	3	5	14	3,5
Π_2	1040 (60)	4	2	7	10
Π_3	1040 (60)	8,5	7	2	5

Обозначим через x_{ij} ток, потребляемый j -м предприятием с i -й подстанции. Математическую модель задачи, описываемую ограничениями (1) и целевой функцией (2), представим в форме табл. 6.9.

Таблица 6.9.

Подстанции	Предприятия					Наличие тока
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
Π_1	3 x_{11}	5 x_{12}	14 x_{13}	3,5 x_{14}	0 x_{15}	90
Π_2	4 x_{21}	2 x_{22}	7 x_{23}	10 x_{24}	0 x_{25}	60
Π_3	8,5 x_{31}	7 x_{32}	2 x_{33}	5 x_{34}	0 x_{35}	60
Потребление тока	30	60	46	23	51	210

В данной задаче не выполняется условие баланса (суммарное наличие тока не равно суммарной потребности), такая задача называется «открытой» транспортной задачей. Для ее решения сведем ее к «закрытой» транспортной задачи путем ввода фиктивного пункта питания B_5 с током 51А. Введение фиктивного потребителя повлечет необходимость задания фиктивных затрат, которые принимаются равными нулю.

Экономико-математическая модель задачи имеет следующий вид:

Система ограничений:

1. Ограничения по наличию тока на подстанциях:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 90$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 60$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 60$$

2. Ограничения по потребности в токе предприятий:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 60$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 46$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 23$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 51$$

3. Условие неотрицательности $x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{35} \geq 0$

Целевая функция – минимум приведенных затрат на сооружение и эксплуатацию электрической сети

$$Z = 3x_{11} + 5x_{12} + 14x_{13} + 3,5x_{14} + 0x_{15} + 4x_{21} + 2x_{22} + 7x_{23} + 10x_{24} + 0x_{25} + 8,5x_{31} + 7x_{32} + 2x_{33} + 5x_{34} + 0x_{35} \rightarrow \min$$



Технология выполнения задания.

1. Создать форму для ввода условий задачи, ввести исходные данные и формулы для вычислений (рис. 6.11).
2. Установить курсор в ячейку G17 и в меню **Сервис** выбрать **Поиск решения**. В открывшемся диалоговом окне **Поиск решения** (рис. 6.12) поле **Установить целевую ячейку** будет содержать адрес целевой ячейки **\$G\$17**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Исходные данные						
2	Подстанции	Предприятия					Наличие тока
3		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
4	П ₁	3	5	14	3,5	0	90
5	П ₂	4	2	7	10	0	60
6	П ₃	8,5	7	2	5	0	60
7	Потребление тока	30	60	46	23	51	
8							
9							
10	Решение задачи						
11	Подстанции	Предприятия					Наличие тока
12		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
13	П ₁	1	1	1	1	1	=СУММ(B13:F13)
14	П ₂	1	1	1	1	1	=СУММ(B14:F14)
15	П ₃	1	1	1	1	1	=СУММ(B15:F15)
16	Потребление тока	=СУММ(B13:B15)	=СУММ(C13:C15)	=СУММ(D13:D15)	=СУММ(E13:E15)	=СУММ(F13:F15)	
17	Целевая функция						=СУММПРОИЗВ(B13:F15;B4:F6)

Рис. 6.11. Технология решения транспортной задачи в Excel

- Установить переключатель **Равной**: выбрать вариант поиска решений – **минимальному значению**.
- В поле **Изменяя ячейки** указать диапазон ячеек для получения оптимального результата, для этого следует выделить диапазон ячеек **B13:F15**.

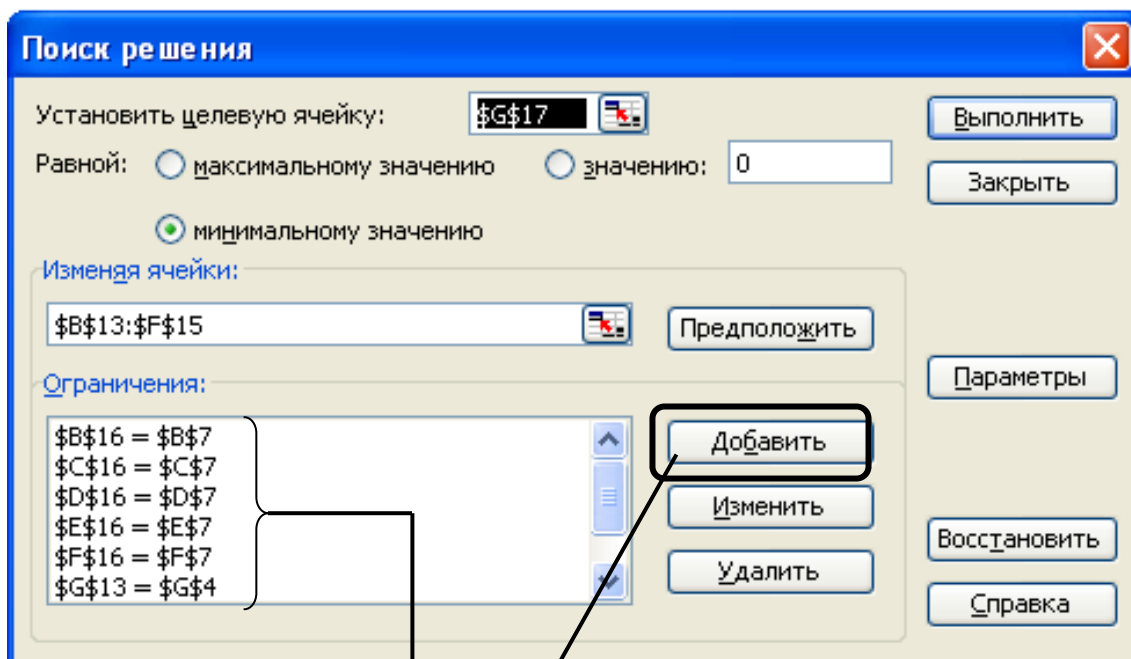


Рис. 6.12. Диалоговое окно **Поиск решения**

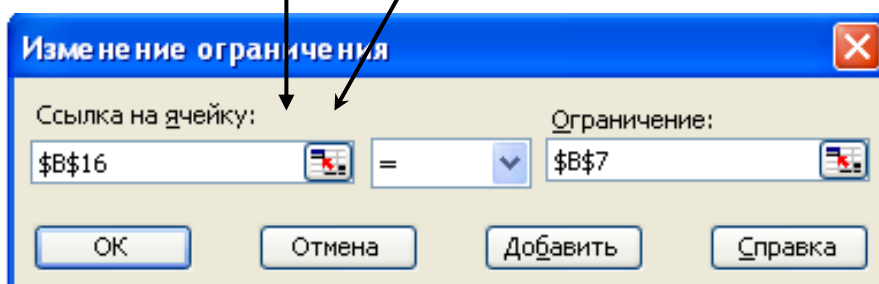
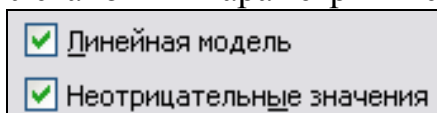


Рис. 6.13. Диалоговое окно **Добавление ограничения**

- Для ввода ограничений щелкнуть по кнопке **Добавить** и в открывшемся диалоговом окне (рис. 6.13) ввести все ограничения. После ввода последнего ограничения в диалоговом окне **Добавление ограничений** щелкнуть по кнопке **Ок**. После нажатия кнопки **Ок** заданные ограничения будут отражены в диалоговом окне **Поиск решения** (рис. 6.12).
- Установить параметры инструмента **Поиск решения**:



Подтвердить установленные параметры нажатием кнопки **Ок**.

- Запустить задачу на выполнение щелчком по кнопке **Выполнить** и сохранить оптимальное решение.
- Решение задачи представлено на рис. 6.14.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Исходные данные						
2	Подстанции	Предприятия					Наличие тока
3		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
4	$П_1$	3	5	14	4	0	90
5	$П_2$	4	2	7	10	0	60
6	$П_3$	9	7	2	5	0	60
7	Потребление тока	30	60	46	23	51	
8							
9							
10	Решение задачи						
11	Подстанции	Предприятия					Наличие тока
12		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
13	$П_1$	30	0	0	23	37	90
14	$П_2$	0	60	0	0	0	60
15	$П_3$	0	0	46	0	14	60
16	Потребление тока	30	60	46	23	51	
17	Целевая функция						382,5

Рис. 6.14. Результаты решения транспортной задачи

Решение закрытой транспортной задачи



Задание.

С двух складов требуется перевезти электрический провод в три строящихся объекта. При этом на 1-ом складе имеется 1800 м провода, на 2-ом - 2600 м. На 1-й объект необходимо доставить 1000 м провода, на 2-й - 1200 м, на 3-й - 2200 м. Расстояние от складов до объектов в км приведены в таблице 6.10.

Требуется составить такой план перевозок, при котором транспортные затраты будут минимальными.

Таблица 6.10.

Склад \ Объект	Объект		
	1	2	3
1	2	2	3
2	3	4	2

Порядок выполнения задания

Составим вспомогательную таблицу для решения транспортной задачи в Excel. Обозначим через x количество перевозимых электропроводов (м)

Таблица 6.11.

Склад \ Объект	Объект			Наличие электропровода
	1	2	3	
1	2 x_{11}	2 x_{12}	3 x_{13}	1800
2	3 x_{21}	4 x_{22}	2 x_{23}	2600
Потребность в электропроводе	1000	1200	2200	4400

Наличие электропровода равно потребности в электропроводе (4400 м), такая задача называется закрытой транспортной задачей.

Экономико-математическая модель задачи имеет следующий вид:

Система ограничений:

1. Ограничения по наличию электропровода

$$X_{11}+X_{12}+X_{13}=1800$$

$$X_{21}+X_{22}+X_{23}=2600$$

2. Ограничения по потребности в электропроводе

$$X_{11}+X_{21}=1000$$

$$X_{12}+X_{22}=1200$$

$$X_{13}+X_{23}=2200$$

Целевая функция – минимум транспортных затрат на перевозку электропровода

Целевая функция: $Z=2x_{11}+2x_{12}+3x_{13}+3x_{21}+4x_{22}+2x_{23} \rightarrow \min$



Технология выполнения задания.

1. Создать форму для ввода условий задачи, ввести исходные данные и формулы для вычислений (рис. 6.15).
2. Установить курсор в ячейку **E15** и в меню **Сервис** выбрать **Поиск решения**. В открывшемся диалоговом окне **Поиск решения** (рис. 6.16) поле **Установить целевую ячейку** будет содержать адрес целевой ячейки **\$E\$15**.

	А	В	С	Д	Е	Ф
1	Исходные данные					
2	Склад	Объект			Наличие	
3		1	2	3	электропровода	
4	1	2	2	3	1800	
5	2	3	4	2	2600	
6	Потребность в электропроводе	1000	1200	2200		
7						
8						
9	Решение задачи					
10	Склад	Объект			Наличие	
11		1	2	3	электропровода	
12	1	1	1	1	=СУММ(B12:D12)	
13	2	1	1	1	=СУММ(B13:D13)	
14	Потребность в электропроводе	=СУММ(B12:B13)	=СУММ(C12:C13)	=СУММ(D12:D13)		
15	Целевая функция				=СУММПРОИЗВ(B12:D13)	

Рис. 6.15. Технология решения транспортной задачи в Excel

3. Установить переключатель **Равной**: выбрать вариант поиска решений – **минимальному значению**.
4. В поле **Изменяя ячейки** указать диапазон ячеек для получения оптимального результата, для этого следует выделить диапазон ячеек **B12:D13**.
5. Для ввода ограничений щелкнуть по кнопке **Добавить** и в открывшемся диалоговом окне (рис. 6.17) ввести все ограничения. После ввода последнего ограничения в диалоговом окне **Добавление ограничений** щелкнуть по кнопке **ОК**. После нажатия кнопки **ОК** заданные ограничения будут отражены в диалоговом окне **Поиск решения** (рис. 6.16).

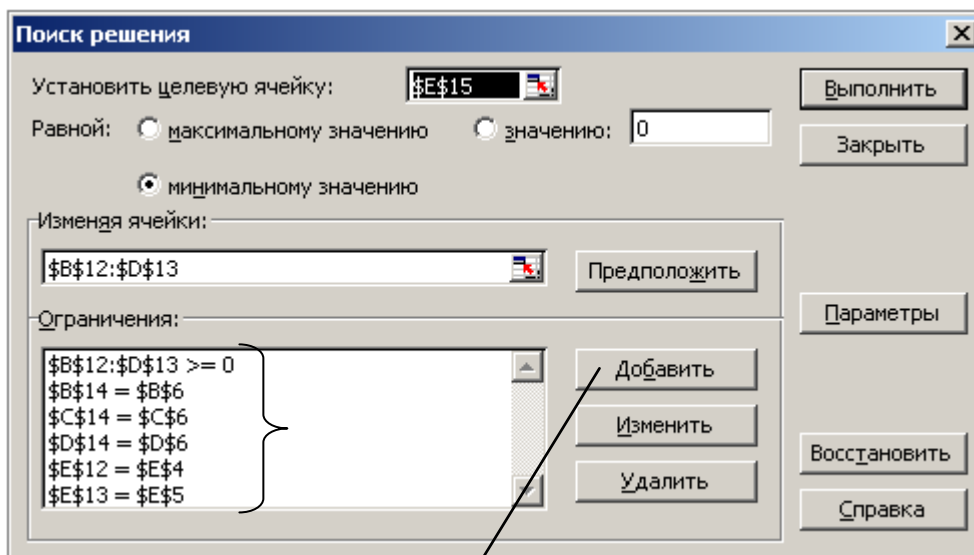


Рис. 6.16. Диалоговое окно Поиск решения

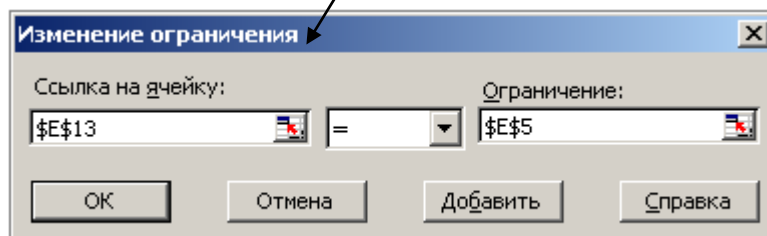


Рис. 6.17. Диалоговое окно Добавление ограничения

6. Установить параметры инструмента Поиск решения:

Линейная модель
 Неотрицательные значения

Подтвердить установленные параметры нажатием кнопки **ОК**.

7. Запустить задачу на выполнение щелчком по кнопке **Выполнить** и сохранить оптимальное решение.

8. Решение задачи представлено на рис. 6.18.

	A	B	C	D	E
1	Исходные данные				
2	Склад	Объект			Наличие
3		1	2	3	электропровода
4	1	2	2	3	1800
5	2	3	4	2	2600
6	Потребность в электропроводе	1000	1200	2200	
7					
8					
9	Решение задачи				
10	Склад	Объект			Наличие
11		1	2	3	электропровода
12	1	1000	800	0	1800
13	2	0	400	2200	2600
14	Потребность в электропроводе	1000	1200	2200	
15	Целевая функция				4400

Рис. 6.18. Результаты решения транспортной задачи



Задание.

Производство продукции осуществляется на 4-х предприятиях, а затем развозится в 5 пунктов потребления. Предприятия могут выпускать в день 235, 175, 185 и 175 единиц продукции. Пункты потребления готовы принимать ежедневно 125, 160, 60, 250 и 175 единиц продукции. Хранение на предприятии единицы продукции обходится в 2 у.е. в день, штраф за недопоставленную продукцию – 3,5 у.е. в день. Стоимость перевозок единицы продукции (в у.е.) с предприятий в пункты потребления приведена в табл. 6.12.

Таблица 6.12. *Транспортные расходы.*

Предприятия	Пункты потребления				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2,35	4	3,65
2	3	2,75	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4
4	4	2	2,1	4,1	3,4

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке продукции.



Технология выполнения задания.

Проверка сбалансированности модели задачи - модель является сбалансированной, т. к. суммарный объем производимой продукции в день равен суммарному объему потребности в ней:

$$235 + 175 + 185 + 175 = 125 + 160 + 60 + 250 + 175.$$

Поэтому при решении этой задачи не учитываются издержки, связанные со складированием и недопоставкой продукции.

Построение математической модели - неизвестными в этой задаче являются объемы перевозок. Пусть x_{ij} - объем перевозок с i -го предприятия j -й пункт потребления. Суммарные транспортные расходы - это функционал качества (критерий цели):

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

где c_{ij} - стоимость перевозки единицы продукции с i -го предприятия в j -й пункт потребления.

Неизвестные в этой задаче должны удовлетворять следующим ограничениям:

- объемы перевозок не могут быть отрицательными;
- поскольку модель сбалансирована, то вся продукция должна быть вывезена с предприятий, а потребности всех пунктов потребления должны быть полностью удовлетворены.

Итак, имеем следующую задачу:

- найти минимум функционала:

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

• при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = b_j, j \in [1,5],$$

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} = a_i, i \in [1,4],$$

$$x_{ij} \geq 0, i \in [1,4], j \in [1,5].$$

где a_i - объем производства на i -м предприятии, b_j - спрос j -м пункте потребления.

Решение задачи с помощью окна **Поиск решения**:

• подготовить рабочий лист для решения задачи в соответствии с рис. 6.19.

Формулы для расчета приведены в табл. 6.13;

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Транспортная задача							
2								
3		Пункты потребления						
4	Предприятия	1	2	3	4	5		
5	1	3,2	3	2,35	4	3,65		
6	2	3	2,75	2,5	3,9	3,55		
7	3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4		
8	4	4	2	2,1	4,1	3,4		
9								
10								
11		Пункты потребления						Объемы производства
12	Предприятия	1	2	3	4	5	Ограничения 2	
13	1						=СУММ(B13:F13)	235
14	2						=СУММ(B14:F14)	175
15	3						=СУММ(B15:F15)	185
16	4						=СУММ(B16:F16)	175
17	Ограничения 1	=СУММ(B13:B16)	=СУММ(C13:C16)	=СУММ(D13:D16)	=СУММ(E13:E16)	=СУММ(F13:F16)		
18		Потребность в продукте						
19		125	160	60	250	175		
20								
21	Целевая функция	=СУММПРОИЗВ(B5:F8;B13:F16)						

Рис. 6.19. Исходные данные для решения транспортной задачи

Таблица 6.13. Формулы для расчёта транспортной задачи

Описание	Ячейка	Формула
Ограничения_1	G13	=СУММ(B13:F13)
	G14	=СУММ(B14:F14)
	G15	=СУММ(B15:F15)
	G16	=СУММ(B16:F16)
Ограничения_2	B17	=СУММ(B13:B16)
	C17	=СУММ(C13:C16)
	D17	=СУММ(D13:D16)
	E17	=СУММ(E13:E16)
	F17	=СУММ(F13:F16)
Целевая функция	B21	=СУММПРОИЗВ(B5:F8;B13:F16)

Ввод данных в окно **Поиск решения** произвести в соответствии с рис. 6.20.

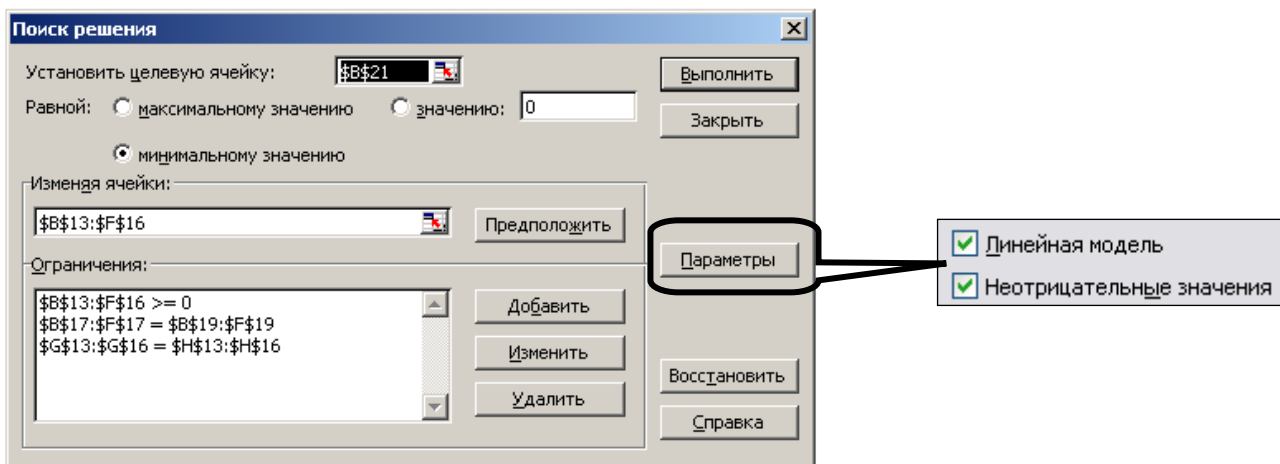


Рис. 6.20. Ввод данных в окно Поиск решения для транспортной задачи

Полученное оптимальное решение представлено на рис. 6.21.

		A	B	C	D	E	F	G	H
Транспортная задача									
1									
2									
3			Пункты потребления						
4	Предприятия		1	2	3	4	5		
5	1		3,2	3	2,35	4	3,65		
6	2		3	2,75	2,5	3,9	3,55		
7	3		3,75	2,5	2,4	3,5	3,4		
8	4		4	2	2,1	4,1	3,4		
9									
10									
11			Пункты потребления						
12	Предприятия		1	2	3	4	5	Ограничения 2	Объемы производства
13	1		0	0	60	65	110	235	235
14	2		125	0	0	0	50	175	175
15	3		0	0	0	185	0	185	185
16	4		0	160	0	0	15	175	175
17	Ограничения 1		125	160	60	250	175		
18			Потребность в продукте						
19			125	160	60	250	175		
20									
21	Целевая функция		2373,5						

Рис. 6.21. Оптимальное решение для транспортной задачи

Задания к разделу «Транспортная задача»

Задание 1.

Имеется n пунктов производства и m пунктов распределения продукции. Стоимость перевозки единицы продукции из i -го пункта производства в j -й центр потребления c_{ij} приведена в таблицах, где под строкой понимается пункт производства, а под столбцом – пункт потребления. Кроме того, в таблицах в i -й строке указан объем производства в i -м пункте, а в j -м столбце указан спрос в j -м центре потребления. Хранение продукции на предприятии обходится в 1,6 у.е. в день, а штраф за просроченную поставку единицы продукции, заказанной потребителем в пункте потребления, но там не находящейся, равен 3,4 у.е. в сутки. Составить план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты потребления, минимизирующий суммарные транспортные расходы. Необходимые данные для решения задач взять из соответствующих таблиц, приведенных далее.

1.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	5	1,8	6	6	30
B	1	5,1	8	2	42
C	3,5	6	3	3,1	10
D	2,2	4,9	1,3	4	16
E	3	7	8,95	1	10
Объёмы потребления	20	38	30	22	

2.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	2,3	7	6	8	15
B	2	1,3	1	2,5	55
C	4,9	4	4	1	12
D	2	8	1	4	18
E	3	2,1	1,2	5	17
Объёмы потребления	35	35	15	25	

3.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	2	4,1	6	17
B	5	2,5	2	3	73
C	3	4	3	4,2	52
D	5,1	3	2	7	38
Объёмы потребления	20	25	80	20	

4.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	1,7	3	4	6	23
B	5,2	2,6	9,8	3	27
C	3	2	1	4	52
D	6	5	2,5	7	18
Объёмы потребления	32	18	60	15	

5.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	6	2	4,8	3	20
В	8	4	5	8	30
С	5,5	2	3	7	14
Д	5	6	8,2	4	23
Е	1,8	9	7	6	30
Объёмы потребления	40	30	48	12	

6.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	6,2	1	4,2	5	17
В	2	4	5,1	8	30
С	5	8	3	4	17
Д	2	4	9	2	20
Е	4	2,75	2	1	23
Объёмы потребления	45	30	25	20	

7.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	4	9	1	3	38
В	2	5	5	6	20
С	2	5	10	4	30
Д	3	7	2	6	32
Объёмы потребления	18	50	22	35	

8.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	4	9	4	7,4	20
В	2	8	5	1	10
С	7	2,2	1	4	30
Д	2,5	6	10	6	40
Объёмы потребления	48	10	35	12	

9.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	6,3	8,6	1	5	15
B	2,5	7	5	7	30
C	4	5	11	8	40
D	1	5	4	5	35
Объёмы потребления	44	30	26	42	

10.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	7,3	9	3	10	14
B	3	10	5	9	30
C	7	11	3	2	20
D	8	5	9	2	32
E	4,8	9	10	5	16
Объёмы потребления	60	10	20	10	

11.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	6,3	8	5	11	12
B	4	11	7	9	24
C	7	3	5	8	32
D	9	5,5	10	1	32
E	5	8	11	5	30
Объёмы потребления	60	10	30	10	

12.

Предприятие	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4,2	10	5	9	17
B	5	8	5	9	33
C	6	4	4	7,3	20
D	7	5	11	4	12
E	3	11	8	5	20
Объёмы потребления	35	20	30	15	

Задание 2.

Постановка задачи. Требуется перевезти товары от предприятий-производителей на торговые склады с минимальными затратами.

Таблица 1

Объем товаров от поставщиков, т

№ варианта	Завод		
	Беларусь	Урал	Украина
1	200	250	300
2	250	300	100
3	200	150	100
4	250	100	300
5	150	200	250
6	250	200	150
7	100	300	250
8	300	100	150
9	300	250	200
10	100	150	200

Таблица 2

Объем товаров потребителям, т

№ варианта	Склады				
	Казань	Рига	Воронеж	Курск	Москва
1	150	100	250	150	100
2	50	100	200	120	180
3	90	90	90	90	90
4	200	120	130	60	140
5	80	120	50	150	200
6	150	80	200	120	50
7	100	100	100	150	200
8	170	130	50	40	160
9	100	150	250	100	150
10	110	90	100	50	100

Затраты на перевозку товаров от заводов к складам представлены в табл. 3.

Таблица 3

Заводы \ Склады	Казань	Рига	Воронеж	Курск	Москва	Наличие товара, т (по варианту)
	Беларусь	10	8	6	5	
Урал	6	5	4	3	6	
Украина	3	4	5	5	9	
Потребность в товаре, т (по варианту)						

ГЛАВА 7. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В MS EXCEL

Встроенные экономические функции MS Excel служат для проведения соответствующих расчетов (например, нахождение платы по процентам, расчет регулярных выплат по займу, оценка эффективности капиталовложений и т.д.).

Для осуществления экономических расчетов в MS Excel используются следующие средства:


- финансовые функции MS Excel;
- подбор параметра;
- диспетчер сценариев;
- таблица подстановки.

Для вывода полного перечня финансовых функций рекомендуется установить флажок (если он снят) **Пакет анализа** (команда меню **Сервис – Надстройка – список Надстройки**).

7.1. ЗАДАЧИ ФИНАНСОВОГО АНАЛИЗА

Финансовые функции MS Excel предназначены для вычисления базовых величин, необходимых при проведении сложных расчетов.

 Работа с финансовыми функциями MS Excel предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить на рабочем листе значения основных аргументов функции.
2. Перейти к ячейке, в которую вводится формула, использующая встроенную финансовую функцию.
3. Вызвать мастер функций командой **Вставка – Функция – категория Финансовые** (рис. 7.1) или щелкнуть по кнопке  **Вставка функции** в строке формул и в списке функций выбрать необходимую финансовую функцию.

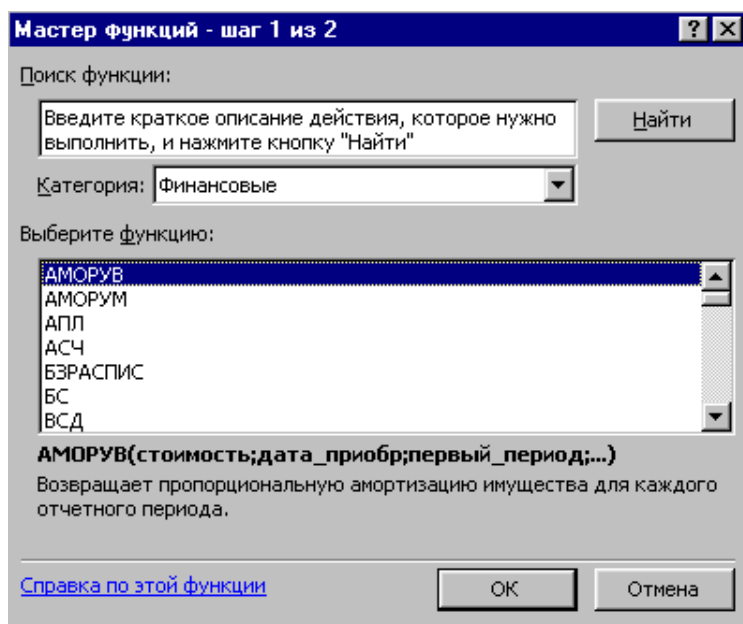


Рис. 7.1. Диалоговое окно финансовых функций

4. Если аргумент является результатом расчета другой вложенной функции, используйте повторный вызов мастера функций для данного аргумента.
5. После ввода всех аргументов нажмите кнопку **ОК**, и MS Excel произведет расчет по формуле.

Внимание

возможен *непосредственный ввод формулы* без использования мастера функций.



При задании аргументов финансовых функций следует помнить следующее:

- все аргументы, означающие расходы денежных средств (например, ежегодные платежи), представляются *отрицательными* числами, а аргументы, означающие поступления (например, дивиденды) – *положительными* числами;
- все даты как аргументы функции имеют числовой формат;
- для логических аргументов используется константы ИСТИНА или ЛОЖЬ, либо функции категории **Логические**;
- каждый аргумент должен находиться на своем месте! Если аргументы пропускаются, то следует поставить соответствующее число разделительных знаков.

Финансовые функции можно распределить по категориям:

Анализ инвестиций

БС	возвращает будущее значение вклада
ПЛТ	возвращает величину выплаты за один период
ПС	возвращает приведенную (к текущему моменту) стоимость инвестиции
КПЕР	возвращает общее количество периодов выплаты для данного вклада
НОМИНАЛ	возвращает номинальную годовую процентную ставку
ПРОЦПЛАТ	вычисляет проценты, выплачиваемые за определенный инвестиционный период
ОСПЛТ	возвращает величину платежа в погашение основной суммы по инвестиции за данный период

Вычисление амортизации

АПЛ	возвращает величину амортизации актива за один период, рассчитанную линейным методом
ФУО	возвращает величину амортизации актива для заданного периода, рассчитанную методом фиксированного уменьшения остатка
АМОРУМ	возвращает пропорциональную амортизацию имущества для каждого отчетного периода
ПУО	возвращает величину амортизации актива для любого выбранного периода

Анализ ценных бумаг

ИНОРМА	возвращает процентную ставку для полностью инвестированных ценных бумаг
ЦЕНА	возвращает цену нарицательной стоимости ценных бумаг
СКИДКА	возвращает норму скидки для ценных бумаг
ДОХОД	возвращает доход от ценных бумаг, который составляет периодические процентные выплаты
НАКОПДОХОД	возвращает накопленный доход по ценным бумагам с периодической выплатой процентов

С полным описанием по этим и остальным финансовым функциям можно ознакомиться в справочной системе Microsoft Excel.

Функция БС

Функция **БС** возвращает будущую стоимость инвестиции на основе периодических постоянных (равных по величине сумм) платежей и постоянной процентной ставки.

Синтаксис :

БС (ставка; кпер; плт; пс; тип)

Аргументы :

- **Ставка** – процентная ставка за период.
- **Кпер** – общее число периодов выплат.
- **Плт** – это выплата, производимая в каждый период; это значение не может меняться в течение всего периода выплат. Обычно **Плт** состоит из основного платежа и платежа по процентам.
- **Пс** – это приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей.
- **Тип** – число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата: если аргумент тип опущен или равен 0, то оплата производится в конце периода, если равен 1 – в начале периода.



Задание .

Вам 25 лет, вы вносите вначале каждого месяца на счет в банке 100 руб. под 11% годовых.

Какая сумма будет накоплена на вашем счете в банке через 35 лет, т.е. когда вы выйдете на пенсию?

Рассчитать для двух вариантов:

- 1) если общая сумма всех будущих платежей с настоящего момента **Пс** равна 0;
- 2) вы уже накопили на своем счете в данный момент сумму, равную 7500 руб.



Технология выполнения задания.

I вариант

Аргументы функции

Ставка	11%/12	= 0,009166667
Кпер	35*12	= 420
Плт	-100	= -100
Пс		= число
Тип	1	= 1

результат

Значение: 497 347,24р.

Рис. 7.2. Диалоговое окно Аргументы функции БС

II вариант

=БС(11%/12;35*12;-100;-7500;1)

Результат: 843667,61 руб.

Примечание:

- Знак минус перед аргументами **Плт** и **Пс** означает, что Вы вносите сумму для накопления на депозит в банке.
- Если деньги выплачиваются вам банком, то их значение вводится положительным числом.

Функция ПЛТ

Функция **ПЛТ** возвращает сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки.

Синтаксис :

ПЛТ(ставка;кпер;пс;бс;тип)

Аргументы :

- **Ставка** – процентная ставка по ссуде.
- **Кпер** – общее число выплат по ссуде.
- **Пс** – приведенная к текущему моменту стоимость, или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей, называемая также основной суммой.
- **Бс** – требуемое значение будущей стоимости, или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **Бс** опущен, то он полагается равным 0 (нулю), т. е. для займа, например, значение **Бс** равно 0.

- **Тип** – число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата: если аргумент тип опущен или равен 0, то оплата производится в конце периода, если равен 1 – в начале периода.



Задание .

Вы получили банковский кредит в размере 100 000 руб. на 10 лет со ставкой 16% годовых. Определить размер ежемесячных выплат по кредиту.



Технология выполнения задания .

Для расчета выплат используем функцию **ПЛТ()**. Следует обратить внимание, что значение параметра **Кпер** преобразовано в месяцы (12 месяцев*10 лет=120). Значение параметра **Пс** взято со знаком плюс, так как клиент получил 100 000 руб. Значение параметра **Бс** равно нулю, так как кредит будет погашен через 10 лет. Результат имеет знак минус, так как клиент отдает деньги на погашение кредита.

B1		fx =ПЛТ(16%/12;120;100000)	
	А	В	С
1	Ежемесячная выплата по кредиту	-1 675,13р.	

Рис. 7.3. Результат решения задачи

Проверить результат с помощью функции **ПС()** (см. следующее задание).

Функция ПС

Функция **ПС** возвращает приведенную (к текущему моменту) стоимость инвестиции. Приведенная (нынешняя) стоимость представляет собой общую сумму, которая на настоящий момент равноценна ряду будущих выплат.

Синтаксис :

ПС (ставка; кпер; плт; бс; тип)

Аргументы :

- **Ставка** – процентная ставка за период.
- **Кпер** – общее число периодов платежей.
- **Плт** – постоянная, производимая в каждый период выплата. Обычно выплаты включают основные платежи и платежи по процентам.
- **Бс** – требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **Бс** опущен, он полагается равным 0.
- **Тип** – число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата: если аргумент тип опущен или равен 0, то оплата производится в конце периода, если равен 1 – в начале периода.



Задание .

Определить первоначальную сумму кредита (см. предыдущее задание).



Технология выполнения задания .

В качестве значения параметра **Плт** использовать полученный результат 1675,13 руб. в задании 2.

B1		fx =ПС(16%/12;120;1675,13)		
	A	B	C	D
1	Сумма кредита	-99 999,93р.		

Рис. 7.4(1). Результат решения задачи

Первоначальная сумма кредита получена 99 999,93 руб., это возникает в следствии ошибки округления разрядов дробной части значения параметра **Плт**. Если увеличить количество разрядов значения **Плт** (1675,1312 руб.), получим:

B1		fx =ПС(16%/12;120;1675,1312)		
	A	B	C	D
1	Сумма кредита	-100 000,00р.		

Рис. 7.4(2). Результат решения задачи

Функция КПЕР

Функция **КПЕР** вычисляет, сколько периодов необходимо для погашения ссуды при заданной величине периодических выплат и постоянной процентной ставки.

Синтаксис :

КПЕР (ставка; плт; пс; бс; тип)

Аргументы :

- **Ставка** – процентная ставка за период.
- **Плт** – выплата, производимая в каждый период, это значение не может меняться в течение всего периода выплат. Обычно платеж состоит из основного платежа и платежа по процентам и не включает налогов и сборов.
- **Пс** – приведенная к текущему моменту стоимость, т.е. общая сумма, которую составят будущие платежи.
- **Бс** – требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **Бс** опущен, он полагается равным 0.
- **Тип** – число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата: если аргумент **тип** опущен или равен 0, то оплата производится в конце периода, если равен 1 – в начале периода.



Задание .

Если вы берете в долг 10000 руб. при годовой процентной ставке 16% и собираетесь выплачивать по 1000 руб. в год, то, какое количество выплат вы сделаете?

Функция КПЕР

$$=КПЕР(16\%/12;-1000;10000)$$

Количество выплат составит 10,8 периодов (месяцев).

Функция АПЛ

Функция АПЛ возвращает величину амортизации актива за один период, рассчитанную линейным методом.

Примечание:

- Под амортизацией подразумевается уменьшение (обычно – на единицу времени) стоимости имущества в процессе эксплуатации.

Синтаксис :

АПЛ (нач_стоимость; ост_стоимость; время_эксплуатации)

Аргументы :

- **Нач_стоимость** – затраты на приобретение имущества.
- **Ост_стоимость** – в конце периода амортизации (иногда называется остаточной стоимостью имущества).
- **Время_эксплуатации** – количество периодов, за которые собственность амортизируется (иногда называется периодом амортизации).



Задание .

Вы купили компьютер за 15000 руб., который имеет срок эксплуатации 5 лет, после чего оценивается в 1000 руб. Рассчитать величину амортизации актива за один период линейным методом.

Снижение стоимости компьютера для каждого года эксплуатации вычисляется по формуле

$$=АПЛ(15000;1000;5)$$

В результате получим: 2800 руб.

Функция ИНОРМА

Функция ИНОРМА возвращает процентную ставку для полностью инвестированных ценных бумаг. Если эта функция недоступна, следует установить надстройку **Пакет анализа** с помощью меню **Сервис – Надстройки**.

Синтаксис :

ИНОРМА(дата_согл;дата_вступл_в_силу;инвестиция;погашение;базис)

Аргументы :

- **Дата_согл** – дата расчета за ценные бумаги (более поздняя, чем дата выпуска, когда ценные бумаги были проданы покупателю).
- **Дата_вступл_в_силу** – срок погашения ценных бумаг. Эта дата определяет момент истечения срока действия ценных бумаг.

- **Инвестиция** – это объем инвестиции в ценные бумаги.
- **Погашение** – это сумма, которая должна быть получена на момент погашения ценных бумаг.
- **Базис** – это используемый способ вычисления дня (см. справку по этой функции).

Примечание:

- Даты должны вводиться с использованием функции ДАТА или в формате данных ДАТА.



Задание .

Произвести расчет ставки дисконтирования для облигации при объеме вложения 1 млн. руб. и установленном объеме выкупа 1014420 руб. Дата сделки 15 февраля 2008 года, дата погашения – 15 мая 2008 года.

B6		fx	=ИНОРМА(B1;B2;B3;B4;B5)
	А		В
1	Дата соглашения		15.02.08
2	Дата вступления в силу		15.05.08
3	Инвестиция		1000000
4	Выкупная стоимость		1014420
5	Базис фактический/360		2
6	Ставка дисконтирования для облигации		5,77%

Рис. 7.5. Результат решения задачи

Функция Доход

Функция **Доход** возвращает доходность ценных бумаг, по которым производятся периодические выплаты процентов. Функция **ДОХОД** используется для вычисления доходности облигаций.

Синтаксис :

ДОХОД(дата_согл;дата_вступл_в_силу;ставка;цена;погашение;частота;базис)

Аргументы :

- **Дата_согл** – дата расчета за ценные бумаги (более поздняя, чем дата выпуска, когда ценные бумаги были проданы покупателю).
- **Дата_вступл_в_силу** – срок погашения ценных бумаг. Эта дата определяет момент истечения срока действия ценных бумаг.
- **Ставка** – годовая процентная ставка для купонов по ценным бумагам.
- **Цена** – цена ценных бумаг за 100 руб. номинальной стоимости.
- **Погашение** – выкупная стоимость ценных бумаг за 100 руб. номинальной стоимости.
- **Частота** – количество выплат по купонам за год. Для ежегодных выплат частота = 1; для полугодовых выплат частота = 2; для ежеквартальных выплат частота = 4.
- **Базис** – используемый способ вычисления дня.



Задание .

Определить доход облигаций при условиях:

	А	В
1	Дата соглашения	15.02.2008
2	Дата вступления в силу	15.11.2016
3	Процентная ставка по купонам	5,75%
4	Цена	95,04
5	Выкупная стоимость	100р.
6	Частота полугодовая	2
7	Базис 30/360	0
8	Доходность облигаций	0,065

Рис. 7.6. Результат решения задачи

Доход от облигаций составит 0,065 или 6,5%.

Функция Процплат

Функция **Процплат** вычисляет проценты, выплачиваемые за определенный инвестиционный период.

Синтаксис :

ПРОЦПЛАТ(ставка;период;кпер;пс)

Аргументы :

- **Ставка** - процентная ставка для инвестиции.
- **Период** - период, для которого требуется найти прибыль; должен находиться в интервале от 1 до кпер.
- **Кпер** - общее число периодов выплат для данной инвестиции.
- **Пс** - стоимость инвестиции на текущий момент. Для займа Пс - это сумма займа.



Задание .

Определить величину основного платежа за четвертый год, если выдана ссуда размером 1 000 000 000 сроком на 5 лет под 12% годовых.



Технология выполнения задания .

Для основных платежей по займу, который погашается равными платежами в конце или начале каждого расчетного периода в MS Excel используется функция: **ОСПАТ (ставка, период, кпер, пс, бс)**

В нашем случае ОСПАТ имеет вид: ОСПАТ(12%,4,5,1000000000)

Ввод данных и расчеты производятся в соответствии с рис. 7.7.

B8		=ОСПЛТ(B5;B6;B4;B3)
	A	B
1	Расчет основных платежей по займу	
2		
3	Размер выданной ссуды	1000000000
4	Срок ссуды (срок выплат)	5
5	Годовая процентная ставка	12%
6	Период выплаты	4
7		
8	Размер выплаты по займу в период выплаты	-221 149 339,88р.

Рис. 7.7. Расчет основных платежей по займу



Задание .

Рассчитать 20-летнюю ипотечную ссуду со ставкой 10% годовых при начальном взносе 25% и ежемесячной (ежегодной) выплате.



Технология выполнения задания .

Для вычисления величины постоянной периодической выплаты ренты (например, регулярных платежей по займу) при постоянной процентной ставке используется функция ПЛТ

ПЛТ(ПЛТ(ставка;кпер;пс;бс;тип))

В нашем случае ПЛТ имеет вид:

- ПЛТ(10%/12; 20*12; -(350000*(1-25%))) – ежемесячные выплаты;
- ПЛТ(10%; 20; -(350000*(1-25%))) – ежегодные выплаты.

Решение задачи приведено на рис. 7.8.

	A	B	C	D	E	F
1	Расчет ипотечной ссуды					
2						
3	Исходные данные					
4	Цена	350 000р.				
5	Первый взнос	25%	=B4*(1-B5)			
6	Годовая процентная ставка	10%				
7	Размер ссуды	262 500р.	=D9*12			
8						
9	Срок погашения ссуды	240 мес.		20 лет		
10	Расчетные данные					
11	Периодические выплаты	2 533,18р.		30 833,15р.		
12	Общая сумма выплат	607 963,64р.	=ПЛТ(B6/12;B9;-B7)	616 663,03р.	=ПЛТ(B6;D9;-B7)	
13	Общая сумма комиссионных	345 463,64р.	=B9*B11	354 163,03р.	=D9*D11	
14			=B12-B7		=D12-B7	
15						

Рис. 7.8. Расчет ипотечной ссуды

Задания к разделу «Финансовые функции MS Excel»

1. Вычислить 7-годовую ипотечную ссуду для покупки дома за 10 000 000 рублей с годовой ставкой 7% и начальным взносом 10%. Расчеты произвести для ежемесячных и ежегодных выплат. Воспользоваться функцией ПЛТ (либо ППЛАТ).
2. Вычислить 3-годовую ипотечную ссуду для покупки мебели за 700 000 рублей с годовой ставкой 6% и начальным взносом 14%. Расчеты произвести для ежемесячных и ежегодных выплат. Воспользоваться функцией ПЛТ (либо ППЛАТ).
3. Определить, какая сумма окажется на счете, если вклад размером 1 000 000 руб. положен под 8% годовых на 10 лет, а проценты начисляются ежеквартально. Воспользоваться функцией ВС (либо БЗ).
4. Какая сумма должна быть выплачена, если четыре года назад была выдана ссуда 200 000 руб. под 20% годовых с ежемесячным начислением процентов. Воспользоваться функцией ВС (либо БЗ).
5. Сколько лет потребуется, чтобы платежи размером 1 000 000 руб. в конце каждого года достигли значения 10,897 млн. руб., если ставка процента 14,5%? Воспользоваться функцией КПЕР.
6. Через сколько лет вклад размером 500 000 руб. достигнет 1 000 000 руб. при ежемесячном начислении процентов и ставке 35,18% годовых? Воспользоваться функцией КПЕР.
7. Рассчитать будущую стоимость облигации номиналом 200 000 руб., выпущенной на 8 лет, если в первые три года проценты начисляются по ставке 18%, а в остальные четыре года - по ставке 21%. Воспользоваться функцией БЗРАСПИС.
8. Через 12 лет предприятию потребуется сумма в 5 млн. руб. В настоящее время предприятие готово положить деньги на депозит под проценты единым вкладом с той целью, чтобы через 12 лет он достиг 5 млн. руб. Определить необходимую сумму текущего вклада, если годовая процентная ставка по нему составляет 12%. Воспользоваться функцией ПС (либо ПЗ).
9. Какую сумму необходимо положить на депозит под 20% годовых, чтобы через 3 года получить 90 млн. руб. при ежеквартальном начислении процентов? Воспользоваться функцией ПС (либо ПЗ).
10. Капитальные затраты по проекту составляют 570 млн. руб., и ожидается, что его реализация принесет следующие доходы за три года: 270, 330, 290 млн. руб. соответственно. Издержки привлечения капитала равны 17%. Определить чистую текущую стоимость проекта. Воспользоваться функцией ЧПС (либо НПЗ).
11. Для покупки компании была взята ссуда 197 млн. руб. под 15% годовых. Доходы от приобретения составили 75, 28, 35, 110 млн. руб. за 4 года и были реинвестированы под 18%. Найти модифицированную внутреннюю скорость оборота инвестиций. Воспользоваться функцией МВСД.

12. Определить внутреннюю скорость оборота инвестиции размером 100 млн. руб., если ожидаемые годовые доходы составят соответственно 21, 33, 40, 50 млн. руб. Воспользоваться функцией ВСД (либо ВНДОХ).
13. Предполагается, что затраты по проекту составят 1000 млн. руб. Ожидается, что будут получены следующие доходы: 350 млн. руб. в первый год, 250 млн. руб. во второй и третий годы, 300 млн. руб. в четвертый и пятый годы. Оценить экономическую целесообразность проекта по скорости оборота инвестиции, если рыночная норма дохода 12%. Воспользоваться функцией ВСД (либо ВНДОХ).
14. Облигация номиналом 25 000 руб. выпущена на 5 лет при номинальной ставке 10%. Рассчитать эффективную ставку процента при ежеквартальном начислении процентов. Воспользоваться функцией БС (либо ВЗ).
15. Определить основные платежи за третий год по займу в 12 000 000 руб., выданному на три года под 22% годовых. Воспользоваться функцией ОСПЛАТ (либо ОСНПЛАТ).
16. Определить сумму основных платежей за третий год по займу в 20 млн. руб., выданному на 5 лет под 10% годовых, если проценты начисляются ежемесячно. Воспользоваться функцией ОСПЛАТ (либо ОСНПЛАТ).

7.2. ПОДБОР ПАРАМЕТРА

Средство MS Excel Подбор параметра позволяет определить значение одной ячейки, которое требуется для получения желаемого результата в зависимой ячейке (ячейка результата).



Задание .

Предполагается, что доходы по проекту в течение 5 лет составят: 120 000 000 руб., 200 000 000 руб., 300 000 000 руб., 250 000 000 руб., 320 000 000 руб. Определить первоначальные затраты на проект, чтобы обеспечить скорость оборота 12%.



Технология выполнения задания .

Расчет внутренней скорости оборота инвестиций производится с помощью функции ВСД:

ВСД(значения;предположения)

Ввод исходных данных производится в соответствии с рис. 7.9.

Первоначально для расчета величина затрат на проект выбирается произвольно (ячейку для этой суммы можно оставить даже пустой) и производятся вычисления.

В ячейку **B11** ввести формулу =ВСД(B4:B9).

Используя команду **Сервис - Подбор параметра** (рис. 7.10), найти величину первоначальных затрат на проект, обеспечивающих скорость оборота инвестиций в 12%. Результат для этого примера представлен на рис. 7.11.

	A	B	C
1	Расчет внутренней скорости оборота инвестиций		
2			
3	Ожидаемые доходы в течении	5	лет
4	Затраты по проекту		-700 000 000,00р.
5	Первый год		120 000 000,00р.
6	Второй год		200 000 000,00р.
7	Третий год		300 000 000,00р.
8	Четвертый год		250 000 000,00р.
9	Пятый год		320 000 000,00р.
10			
11	Внутренняя скорость оборота инвестиций		18%

Рис. 7.9. Рабочий лист для определения первоначальных затрат по проекту

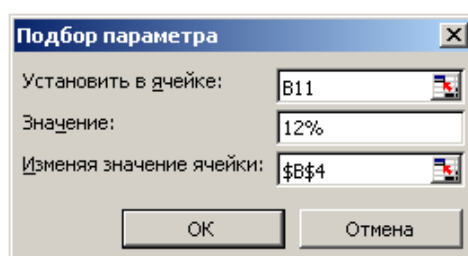


Рис. 7.10. Окно Подбор параметра

	A	B	C
1	Расчет внутренней скорости оборота инвестиций		
2			
3	Ожидаемые доходы в течении	5	лет
4	Затраты по проекту		-820 389 165,92р.
5	Первый год		120 000 000,00р.
6	Второй год		200 000 000,00р.
7	Третий год		300 000 000,00р.
8	Четвертый год		250 000 000,00р.
9	Пятый год		320 000 000,00р.
10			
11	Внутренняя скорость оборота инвестиций		12%

Рис. 7.11. Рассчитанная величина первоначальных затрат по проекту



Задание .

Расчет эффективности неравномерных капиталовложений.

Вас просят в долг 15 000 руб. и обещают вернуть через год 3 000 руб., через два – 5 000 руб., через три - 9 000 руб. При какой процентной ставке эта сделка выгодна?



Технология выполнения задания .

При решении этой задачи следует использовать функцию ЧПС и средство Подбор параметра:

ЧПС(Ставка; значение 1; значение 2; ...)

Ввод исходных данных производится в соответствии с рис. 7.12.

Первоначально для расчета выбирается произвольный процент годовой

учетной ставки (ячейку с этой величиной можно оставить даже пустой) и производятся вычисления. В ячейку **B8** вводится формула: =ЧПС(B7;B3:B5)

	A	B	C
1	Неравномерные капиталовложения		
2	Размер ссуды	15 000,00р.	
3	1 год	3 000,00р.	
4	2 год	5 000,00р.	
5	3 год	9 000,00р.	
6	Срок	3	года
7	Годовая учётная ставка	8,00%	
8	Чистый текущий объём вклада	14 208,96р.	

Рис. 7.12. Рабочий лист для решения задачи с неравномерными капиталовложениями

В ячейку **C6** можно ввести следующую формулу:

=ЕСЛИ(B6=1);"год"; ЕСЛИ(И(B6>=2;B6<=4);"года";"лет"))

Далее, выполнив команду **Сервис - Подбор параметра**, в открывшемся диалоговом окне *Подбор параметра* (рис. 7.13) задать исходные данные для нахождения оптимальной процентной ставки:

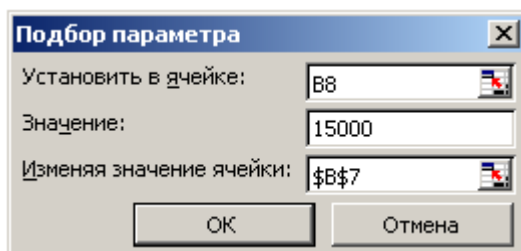


Рис. 7.13. Окно *Подбор параметра* для задачи о неравномерных капиталовложениях

- в поле *Установить в ячейке* введите **B8**, т. е. адрес ячейки, в которой необходимо получить искомое значение суммы сделки (15000);
- в поле *Значение* введите 15000, т. е. само искомое значение суммы сделки;
- в поле *Изменяя значение ячейки* ввести адрес ячейки – **B7** в которой с помощью средства *Подбор параметра* будет получена необходимая процентная ставка для рассматриваемой задачи (в случае, если такая существует).

Окончательное решение задачи приведено на рис. 7.14.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Неравномерные капиталовложения						
2	Размер ссуды	15 000,00р.					
3	1 год	3 000,00р.					
4	2 год	5 000,00р.					
5	3 год	9 000,00р.					
6	Срок	3	года				
7	Годовая учётная ставка	5,50%					
8	Чистый текущий объём вклада	15 000,00р.					

Если банк предлагает Вам годовую процентную ставку больше рассчитанной здесь - **ПРЕДЛАГАЕМАЯ СДЕЛКА НЕ ВЫГОДНА!!!**

Рис. 7.14. Оптимальная процентная ставка

Задания к разделу «Подбор параметра»

1. Вас просят дать в долг 250 000 руб. и обещают вернуть 80 000 руб. через год, 90 000 руб. через два года и 100 000 руб. через 3 года. При какой годовой процентной ставке эта сделка имеет смысл? Для решения задачи воспользоваться функцией ЧСП (либо НПЗ).
2. Вас просят дать в долг 320 000 руб. и обещают вернуть 80 000 руб. через год, 100 000 руб. следующие три года и 110 000 руб. через 5 лет. При какой годовой процентной ставке эта сделка имеет смысл? Для решения задачи воспользоваться функцией ЧСП (либо НПЗ).
3. По облигации, выпущенной на 6 лет, предусмотрен следующий порядок начисления процентов: в первый год — 10%, в два последующих — по 15%, в оставшиеся три года — по 17%. Рассчитать номинал облигации, если известно, что ее будущая стоимость составила 1546,88 тыс. руб. Для решения задачи воспользоваться функцией БЗРАСПИС.
4. Ожидается, что будущая стоимость инвестиции размером 1500 тыс. руб. к концу 4 года составит 3000 тыс. руб. При этом за первый год доходность составит 15%, за второй - 17%, за четвертый - 23%. Рассчитать доходность инвестиций за третий год. Для решения задачи воспользоваться функцией БЗРАСПИС.
5. Ожидается, что доходы по проекту в течение последующих 4 лет составят 50 000 руб., 100 000 руб., 300 000 руб., 200 000 руб. Определить, какие должны быть первоначальные затраты, чтобы обеспечить скорость оборота 10%. Для решения задачи воспользоваться функцией ВСД (либо ВНДОХ).
6. Определить, какими должны быть первоначальные затраты по проекту, чтобы обеспечить следующие доходы: 2, 5, 6, 8 и 10 млн. руб. при норме дохода по проекту 9%. Для решения задачи воспользоваться функцией ВСД (либо ВНДОХ).
7. Определить размер купонной ставки, если годовая ставка помещения составляет 15%, облигации приобретены 10.09.2003 по курсу 90, купоны выплачиваются с периодичностью один раз в полугодие. Предполагаемая дата погашения облигации — 16.09.2008 по курсу (погашение) 100. Для решения задачи воспользоваться функцией ДОХОД.
8. Определить необходимый уровень ставки купонных выплат, производящихся один раз в полугодие, если курс покупки облигации - 87,91, облигации приобретены 1.03.2004 и будут погашены 5.03.2007, ожидаемая годовая ставка помещения (доход) - 14,45, номинал облигации (погашение) - 100, базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией ЦЕНА.

- 9.** Определить купонную ставку, выплачиваемую в конце срока действия облигации вместе с номиналом, если известно, что заданное значение курса покупки ценных бумаг составляет 95,5, годовая ставка помещения (доход) - 15%, дата выпуска облигации - 3.05.2003 с погашением (дата вступления в силу) - 15.09.2006 по номиналу, облигации приобретены 12.06.2004 (дата соглашения). Временной базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией ЦЕНАПОГАШ.
- 10.** Определить ставку купонных выплат по ценным бумагам, производимых в момент погашения, если известно, что накопленный доход по ценным бумагам в момент выкупа составляет 27%, облигации номиналом 1000 руб. выпущены (дата выпуска) 1.08.2004 с погашением (дата вступления в силу) 5.12.2004. Временной базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией НАКОПДОХОДПОГАШ.
- 11.** Определить сумму бескупонных облигаций (инвестиция), приобретенных (дата соглашения) 1.03.2004 с погашением (дата вступления в силу) 31.12.2004 по цене (погашение) 1 400 000. Годовая ставка дополнительного дохода равна 19,95%. Временной базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией ИНОРМА.
- 12.** Определить учетную ставку векселя (скидка), если известно, что вексель на сумму (инвестиция) 1 360 000 руб. выдан (дата соглашения) 1.03.2003, сумма по векселю - 1 398 690,7 руб. оплачена (дата вступления в силу) 31.12.2003. Временной базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией ПОЛУЧЕНО.
- 13.** Ставка годового дохода по ценным бумагам равняется 36,6%. Определить курс (погашение) облигации, если известно следующее: цена облигации на дату, приобретения (дата соглашения) 1.08.2003 равна 64,456 руб., дата погашения 1.02.2004. Временной базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией ДОХОДСКИДКА.
- 14.** Учетная ставка (норма скидки) для ценных бумаг, приобретенных 1.08.2003 (дата приобретения) с погашением (дата вступления в силу) 1.02.2004 по курсу (погашение) 100 руб., равна 23,63%. Определить курс приобретения (цену) этих ценных бумаг. Временной базис расчета - 1. Для решения задачи воспользоваться функцией СКИДКА.

7.3. ТАБЛИЦА ПОДСТАНОВКИ

Средство **Таблица подстановки** позволяет быстро рассчитать массив значений искомой величины для одного или двух изменяемых параметров (таблицу с одним входом - по строкам либо столбца или таблицу с двумя входными).

Таблица подстановки позволяет проводить анализ изменения результата при произвольном диапазоне исходных данных.

На одном рабочем листе можно расположить несколько таблиц подстановок. Это дает возможность одновременно анализировать различные формулы и статистические данные.

Таблицу подстановки можно использовать для:

- изменения одного исходного значения, просматривая при этом результаты одной или нескольких формул;
- изменения двух исходных значений, просматривая результаты только одной формулы.

До использования средства **Таблица Подстановки** следует в одну из ячеек ввести формулу, которая ссылается на другие ячейки электронного листа.

Для таблицы с двумя входами эта ячейка с формулой должна быть в левом верхнем углу будущей таблицы подстановки. Правее формулы, в той же строке должны быть значения входов для столбцов. Под формулой, в том же столбце располагаются значения входов для строк.

Заполнение **Таблицы подстановки** осуществляется после выполнения следующих операций:

- выделить диапазон под представление числовых данных таблицы, включая формулу и изменяемые значения параметров;
- команда программного меню **Данные – Таблица подстановки** – указать значения подстановки по столбцам и/или по строкам – **ОК**.



Задание .

Произвести расчет ежемесячных выплат по займу и платежей по процентам (расчет производится с помощью функций ПТЛ и ПРОЦПЛАТ).

Рассчитать для двух вариантов:

1 вариант – использование таблицы подстановки с одной изменяющейся переменной и несколькими формулами;

2 вариант - использование таблицы подстановки с двумя изменяющимися переменными и одной формулой.



Технология выполнения задания .

1 вариант – использование таблицы подстановки с одной изменяющейся переменной и несколькими формулами

1. Ввести исходные элементы и данные задачи, как представлено на рис. 7.15.

2. В ячейку **B5** ввести формулу: =ПЛАТ(\$B\$4 / 12;\$B\$3*12;\$B\$2).

3. В ячейку **D6** ввести формулу: =ПРОЦПЛАТ(\$D\$4;\$D\$5;\$D\$3;\$D\$2).



При решении задач, связанных с использованием таблицы подстановки, рекомендуется применять в формулах абсолютную адресацию ячеек. Это способствует правильному выполнению вычислений в ячейках рабочего листа.

	A	B	C	D
1	Расчет ежемесячных выплат по займу		Платежи по процентам	
2	Сумма ссуды	350 000,00р.	Сумма займа на начало года	60 000,00р.
3	Срок погашения	3	Срок погашения	4
4	Процентная ставка	3,00%	Процентная ставка	3,00%
5	Выплаты в месяц	-10 178,42р.	Год выплаты	1
6			Сумма выплат	-1350,00р.
7		=ПЛТ(\$B\$4/12;\$B\$3*12;\$B\$2)		=ПРОЦПЛАТ(\$D\$4;\$D\$5;\$D\$3;\$D\$2)

Рис. 7.15. Подготовка исходных данных для решения задачи

4. После подготовки исходных данных перейти к тому месту рабочего листа, где будут располагаться рассчитываемые значения от изменения одной переменной и от различных рассчитываемых формул (рис. 7.16).

	A	B	C	D
1	Расчет ежемесячных выплат по займу		Платежи по процентам	
2	Сумма ссуды	350 000,00р.	Сумма займа на начало года	60 000,00р.
3	Срок погашения	3	Срок погашения	4
4	Процентная ставка	3,00%	Процентная ставка	3,00%
5	Выплаты в месяц	-10 178,42р.	Год выплаты	1
6			Сумма выплат	-1 350,00р.
7				
8		Расчет ежемесячных выплат по займу в зависимости от различных процентных ставок		Платежи по процентам в зависимости от величины процентной ставки
9		-10 178,42р.		-1 350,00р.
10	3,00%			
11	6,00%			
12	9,00%			
13	12,00%			
14	15,00%			
15	18,00%			
16	21,00%			
17	24,00%			
18	27,00%			
19	30,00%			

Рис. 7.16. Подготовка изменяемого диапазона и расчетных формул для использования одномерной таблицы подстановки

5. В диапазон ячеек **A10:A19** ввести исходные данные, которые необходимо протестировать.

6. В ячейку **B9** ввести формулу: =ПЛТ(\$B\$4/12;\$B\$3*12;\$B\$2).
7. В ячейку **C9** ввести формулу: =ПРОЦПЛАТ(\$D\$4;\$D\$5;\$D\$3;\$D\$2).
8. Выделить диапазон ячеек **A9:C19**, который будет содержать таблицу. При этом самым левым столбцом этой таблицы должен быть столбец исходных значений, а самой верхней строкой должна быть строка анализируемых формул.
9. Воспользоваться командой **Данные – Таблица подстановки**. В диалоговом окне Таблица подстановки (рис. 7.17) указать куда и какие значения необходимо подставить.

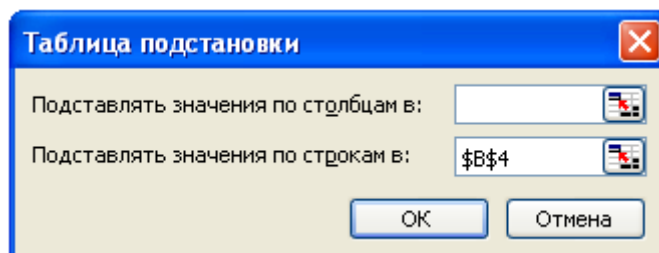


Рис. 7.17. Использование таблицы подстановки

В данном задании – подстановка значений процентной ставки (столбец исходных значений **A10:A19**) происходит в ячейку **B4**, т.к. в этой ячейке изначально указывается величина процентной ставки, входящей в рассчитываемые формулы. Результаты вычислений будут помещены в незаполненные ячейки выделенного диапазона (рис. 7.18).

	А	В	С	Д
1	Расчет ежемесячных выплат по займу		Платежи по процентам	
2	Сумма ссуды	350 000,00р.	Сумма займа на начало года	60 000,00р.
3	Срок погашения	3	Срок погашения	4
4	Процентная ставка	3,00%	Процентная ставка	3,00%
5	Выплаты в месяц	-10 178,42р.	Год выплаты	1
6			Сумма выплат	-1 350,00р.
7				
8		Расчет ежемесячных выплат по займу в зависимости от различных процентных ставок	Платежи по процентам в зависимости от величины процентной ставки	
9		-10 178,42р.	-1 350,00р.	
10	3,00%	-10178,42337	-1350	
11	6,00%	-10647,67811	-1350	
12	9,00%	-11129,90643	-1350	
13	12,00%	-11625,00843	-1350	
14	15,00%	-12132,86498	-1350	
15	18,00%	-12653,33844	-1350	
16	21,00%	-13186,27357	-1350	
17	24,00%	-13731,49841	-1350	
18	27,00%	-14288,82529	-1350	
19	30,00%	-14858,05186	-1350	

Рис. 7.18. Рассчитанные значения для одномерной таблицы подстановки

2 вариант - использование таблицы подстановки с двумя изменяющимися переменными и одной формулой



Произвести расчет ежемесячных выплат по займу в зависимости от различных сроков погашения и различных процентных ставок.

1. Ввести исходные элементы и данные задачи, как представлено на рис. 7.19.

- процентная ставка – 3% (ячейка **B4**);
- срок погашения – 3 года (ячейка **B3**);
- в ячейку **B5** ввести формулу: =ПЛТ(\$B\$4/12;\$B\$3*12;\$B\$2).

B5		fx =ПЛТ(\$B\$4/12;\$B\$3*12;\$B\$2)	
	A	B	
1	Расчет ежемесячных выплат по займу для различных сроков погашения и процентных ставок		
2	Сумма ссуды	350 000,00р.	
3	Срок погашения	3	
4	Процентная ставка	3,00%	
5	Выплаты в месяц	-10 178,42р.	

Рис. 7.19. Исходные данные для решения задачи

2. Подготовить таблицу (рис. 7.20):

B9		fx =ПЛТ(\$B\$4/12;\$B\$3*12;\$B\$2)		C	D	E	F
	A	B	C	D	E	F	
1	Расчет ежемесячных выплат по займу для различных сроков погашения и процентных ставок						
2	Сумма ссуды	350 000,00р.					
3	Срок погашения	3					
4	Процентная ставка	3,00%					
5	Выплаты в месяц	-10 178,42р.					
6							
7							
8				Срок погашения			
9		-10 178,42р.	3	5	10	15	
10	Процентная ставка	3,00%					
11		4,00%					
12		5,00%					
13		6,00%					
14		7,00%					

Рис. 7.20. Подготовка диапазона для использования двумерной таблицы подстановки

- изменяемые данные поместить в левый столбец и верхнюю строку – в данном случае значения процентной ставки (ячейка **B4**) располагаются в диапазоне ячеек **B10:B14**, а значения срока погашения (ячейка **B3**) в диапазоне **C9:F9**;

- на пересечении строки и столбца в верхнем левом углу расположить необходимую формулу или ссылку на нее (ячейка **B9** содержит формулу ячейки **B5**, в которой обязательна абсолютная адресация ячеек).
3. Выделить диапазон ячеек (**B9:F14**), представляющий собой прямоугольную область и содержащий формулу для расчета, изменяемые данные для двух переменных и ячейки для результатов вычислений.
 4. Выполнить команду **Данные – Таблица подстановки**. В диалоговом окне **Таблица подстановки** (рис. 7.21) указать, куда и какие значения необходимо подставлять.

В данном примере подстановка значений процентной ставки (столбец исходных значений **B10:B14**) происходит в ячейку **B4**, т.к. в этой ячейке изначально указывается величина процентной ставки, входящей в рассчитываемую формулу, а подстановка значений сроков погашения (строка значений **C9:F9**) – в ячейку **B3**. Результаты вычислений будут помещены в незаполненные ячейки выделенного диапазона (рис. 7.21).

B9		fx =ПЛТ(\$B\$4/12;\$B\$3*12;\$B\$2)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	Расчет ежемесячных выплат по займу для различных сроков погашения и процентных ставок						
2	Сумма ссуды	350 000,00р.					
3	Срок погашения	3					
4	Процентная ставка	3,00%					
5	Выплаты в месяц	-10 178,42р.					
6							
7							
8			Срок погашения				
9		-10 178,42р.	3	5	10	15	
10	Процентная ставка	3,00%	-10178,42	-6289,04	-3379,63	-2417,04	
11		4,00%	-10333,39	-6445,78	-3543,58	-2588,91	
12		5,00%	-10489,81	-6604,93	-3712,29	-2767,78	
13		6,00%	-10647,68	-6766,48	-3885,72	-2953,50	
14		7,00%	-10806,98	-6930,42	-4063,80	-3145,90	

Таблица подстановки

Подставлять значения по столбцам в:

Подставлять значения по строкам в:

Рис. 7.21. Рассчитанные данные с использованием двумерной таблицы подстановки



После построения таблицы подстановки нельзя редактировать отдельно взятую формулу внутри таблицы. Значения данных внутри таблицы можно изменить, меняя значения исходных данных в левом столбце и верхней строке.



Иллюстрация различных вариантов заполнения Таблицы подстановки приведена на рис. 7.22.

Например, при определении выручки от реализации минеральной воды в ячейку **C7** введена формула. После задания в ячейках **B8:B16** требуемых данных для Таблицы подстановки и выделения диапазона **B7:C16** инициирован механизм Таблицы подстановки. В диалоговом окне в поле Подставлять значение по строкам указан адрес ячейки **B7**.

При расчете выручки от реализации мороженого, формула введена в ячейку **G8**. Данные для Таблицы подстановки указаны в ячейках **H7:K7**. Перед инициализацией механизма Таблицы подстановки выделить диапазон **G7:K8**. В диалоговом окне в поле Подставлять значение по столбцам указан адрес ячейки **G7**.

Третий пример с двумя входами дополнительных пояснений не требует.

F20 fx = \$C\$21*B21+\$C\$22*B22

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Использование средств Таблица подстановки												
2	1) Таблица с одним входом по строкам					2) Таблица с одним входом по столбцам							
3	Выручка от реализации минеральной воды					Выручка от реализации мороженого							
4	Цена за ед.	28,87р.	=B\$4*B7	Изменяемые значения параметра									
5													
6		Продано, ед.	Выручка										
7		5	144,35р.										
8		10	288,70р.										
9		15	433,05р.										
10	Изменяемые значения параметра	20	577,40р.										
11		25	721,75р.										
12		30	866,10р.										
13		35	1 010,45р.										
14		40	1 154,80р.										
15		45	1 299,15р.										
16		50	1 443,50р.	Найденные значения									
17													
18	3) Таблица с двумя входами по строкам и по столбцам												
19	Стоимость булочек и кофе			Булочки									
20	Товар	Количество	Цена	21,90р.	1	2	3	4	5	← Изменяемые по столбцам значения параметра			
21	Булочка	1	9,90р.	1	21,90р.	31,80р.	41,70р.	51,60р.	61,50р.	↑ Найденные значения			
22	Кофе	1	12,00р.	2	33,90р.	43,80р.	53,70р.	63,60р.	73,50р.	← Найденные значения			
23				3	45,90р.	55,80р.	65,70р.	75,60р.	85,50р.	← Найденные значения			
24				4	57,90р.	67,80р.	77,70р.	87,60р.	97,50р.	← Найденные значения			
25				5	69,90р.	79,80р.	89,70р.	99,60р.	109,50р.	← Найденные значения			
26													

Таблица подстановки

Подставлять значения по столбцам в: \$B\$21

Подставлять значения по строкам в: \$B\$22

ОК Отмена

Рис. 7.22. Примеры вариантов использования Таблицы подстановки

Мастер подстановок

Мастер подстановок представляет собой средство для создания формул, основанных на функциях **ИНДЕКС ()** и **ПОИСКПОЗ ()**. Подключение мастера производится с помощью команды **СЕРВИС - НАДСТРОЙКИ**, установить

флажок **МАСТЕР ПОДСТАНОВОК**. Для запуска мастера подстановок следует воспользоваться командой **СЕРВИС - МАСТЕР - ПОИСК**.

Перед использованием мастера подстановок следует:

- расположить на рабочем листе исходные данные;
- определить расположение возвращаемых функцией данных и данных для поиска (их нахождение в соответствующих колонках);
- задать строку для начала поиска;
- указать место на рабочем листе для помещения результата.

Задания к разделу «Таблица подстановки»

1. Найти ежемесячные выплаты по займу размером 400 млн. руб. для различных сроков погашения и процентных ставок, используя таблицу подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ПЛТ.
2. Предполагается, что в конце года капиталовложения по проекту составят около 1500 млн. руб. Ожидается, что за последующие 4 года проект принесет следующие доходы: 450, 480, 560, 600 млн. руб. Рассчитать чистую текущую стоимость проекта для различных норм дисконтирования и объемов капиталовложения с использованием таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ЧПС.
3. Облигации приобретены (дата соглашения) 9.09.2001 по курсу (цена) 89 и имеют купонный доход (ставка) в размере 10%, который выплачивается с периодичностью (частота) - один раз в полугодие. Предполагаемая дата погашения облигации (дата вступления в силу) - 15.09.2005 по курсу (погашение) 100. Проанализировать влияние цены и купона облигации на годовую ставку помещения с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ДОХОД. Временной базис расчета - 1.
4. Облигации номиналом 1000 руб. с купонной ставкой 8%, периодичностью выплат 4 раза в год выпущена (дата выпуска) 1.09.2003, приобретена (дата соглашения) 5.10.2003. Дата первой оплаты купонов 12.12.2003, базис расчетов - 1. Проанализировать влияние на величину накопленного дохода частоты и купонной ставки с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией НАКОПДОХОД.
5. Облигации имеют купонный доход (ставка) 11% с выплатой процентов (частота) - один раз в полугодие. Облигации приобретены (дата соглашения) 1.05.2004 по курсу (цена) - 98,8 с погашением (дата вступления в силу) 1.03.2005 по курсу (погашение) 100. Дата последнего купона (последний доход) - 1.04.2004, базис расчета - 1. Проанализировать влияние на величину дохода (ставки помещения) частоты и купонной ставки с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ДОХОД-ПОСЛНЕРЕГ.
6. Облигации выпущены (дата выпуска) 1.12.2003 и приобретены (дата соглашения) 1.05.2004. Предполагаемая дата погашения (дата вступления в силу) 1.03.2005 по курсу 100. Купонный доход (ставка) - 10% с выплатой один раз в полугодие, ставка помещения (погашение) - 22%. Дата выплаты первого

- купона 1.08.2004. Временной базис расчета - 1. Проанализировать изменение цены (курса) покупки в зависимости от даты купонной выплаты и даты приобретения ценной бумаги с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ЦЕНАПЕРВНЕРЕГ.
7. Облигации приобретены (дата соглашения) 1.05.2004. Предполагаемая дата погашения (дата вступления в силу) 1.03.2005 по курсу - 100. Купонный доход (ставка) - 8% с выплатой 4 раза в год, ставка помещения (доход) - 9%. Дата выплаты первого купона (последний доход) - 1.03.2004. Временной базис расчета - 1. Проанализировать изменение цены (курса) покупки облигации в зависимости от ставки и дохода ценной бумаги с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ЦЕНАПОСЛНЕРЕГ.
 8. Облигации приобретены (дата соглашения) 1.05.2004. Предполагаемая дата погашения (дата вступления в силу) 1.03.2005 по курсу - 100. Купонный доход (ставка) - 9,2% с выплатой один раз в полугодие, ставка помещения (доход) - 10%. Временной базис расчета- 1. Проанализировать изменение курса покупки облигации при своевременном погашении купонных выплат в зависимости от ставки и частоты купонных выплат с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ЦЕНА.
 9. Бескупонные облигации на сумму (инвестиция) - 200 000 приобретены (дата соглашения) 06.09.2002 с погашением (дата вступления в силу) 12.09.2005 по цене (погашение) - 250 000. Временной базис расчета - 1. Проанализировать изменение годовой ставки дополнительного дохода (наращения) в зависимости от величины инвестиции и цены (погашения) с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ИНОРМА.
 10. Вексель выдан (дата соглашения)- 6.09.2002 на сумму (инвестиция) - 250 000, оплачен (дата вступления в силу) 12.09.2004 с учетной ставкой (скидка)- 8%. Временной базис расчета - 1. Проанализировать изменение суммы к получению по векселю (номинал) в зависимости от изменения величины инвестиции и скидки с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ПОЛУЧЕНО.
 11. Облигации приобретены (дата соглашения)- 11.08.2001, дата погашения (дата вступления в силу)- 25.11.2003, купонный доход (купон)- 10% с выплатой процентов один раз в полугодие, годовая ставка дохода (доход)- 12%. Временной базис расчета- 1. Проанализировать длительность ценной бумаги в зависимости от изменения величины дохода и купона с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией ДЛИТ.
 12. Облигации приобретены (дата соглашения) - 14.08.2001, дата погашения (дата вступления в силу) - 25.12.2003. Частота купонных выплат - один раз в полугодие, купонная ставка (купон) - 9%. Ставка помещения (доход) -11%. Временной базис расчета - 1. Проанализировать модифицированную длительность ценной бумаги в зависимости от изменения величины дохода и купона с помощью таблицы подстановки. Для решения задачи воспользоваться функцией МДЛИТ.

7.4. ДИСПЕТЧЕР СЦЕНАРИЕВ

Во многих экономических задачах результат расчета зависит от нескольких параметров, которыми можно управлять. Часто бывает удобно проанализировать ситуацию для нескольких возможных параметров.

Диспетчер сценариев MS Excel позволяет автоматически выполнить анализ "что-если" для различных моделей. Можно создать несколько входных наборов данных (изменяемых ячеек) для любого количества переменных и присвоить имя каждому набору. По имени выбранного набора данных MS Excel сформирует на рабочем листе результаты анализа. Кроме этого, диспетчер сценариев позволяет создать итоговый отчет по сценариям, в котором отображаются результаты подстановки различных комбинаций входных параметров.

Диспетчер сценариев открывается командой **Сервис – Сценарии**.

В окне диспетчера сценариев (рис. 7.23) с помощью соответствующих кнопок можно добавить новый сценарий, изменить, удалить или вывести существующий, а также объединить несколько различных сценариев и получить итоговый отчет для существующих сценариев.

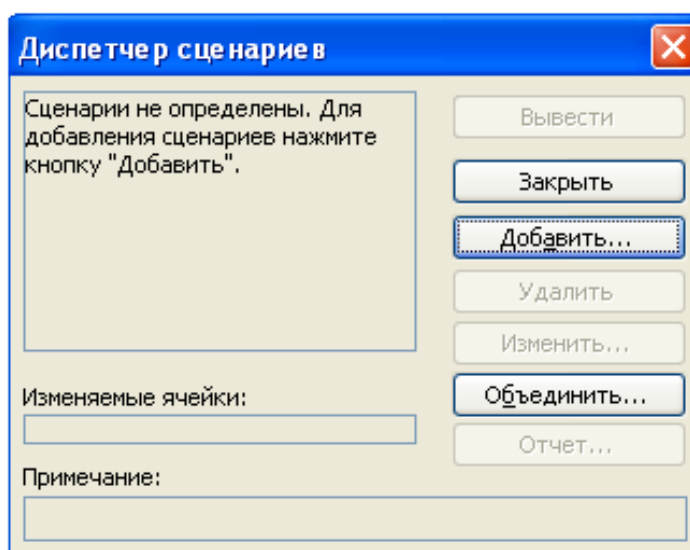


Рис. 7.23 Диалоговое окно *Диспетчер сценариев*



Задание . Рассчитать внутреннюю скорость оборота инвестиций.

Исходные данные: затраты по проекту составят 700 млн. руб. Ожидаемые доходы в течение последующих 5 лет составят, соответственно, 70, 90, 300, 250, 300 млн. руб. Оценить экономическую целесообразность проекта по скорости оборота инвестиции, если рыночная норма дохода 12%. Рассмотреть также следующие варианты (затраты на проект представлены числом со знаком минус):

- 600; 50; 100; 200; 200; 300;
- 650; 90; 120; 200; 250; 250;
- 500, 100, 100, 200, 250, 250



Технология выполнения задания .

Для вычисления внутренней скорости оборота инвестиции (внутренней нормы доходности) используется функция ВСД (в ранних версиях ВНДОХ):

ВСД (значения; предположения)

В нашем случае функция для решения задачи использует только аргумент **Значения**, один из которых обязательно отрицателен (затраты по проекту). Если внутренняя скорость оборота инвестиций окажется больше рыночной

нормы доходности, то проект считается экономически целесообразным. В противном случае проект должен быть отвергнут.

1. Решение приведено на рис. 7.24. Формулы для расчета:

- в ячейке **B84**: =ВСД(B75:B80)
- в ячейке **C84**: =ЕСЛИ(B84>B82;"Проект экономически целесообразен"; "Проект необходимо отвергнуть").

C13		=ЕСЛИ(B13>B11;"Проект экономически целесообразен";"Проект необходимо отвергнуть")				
	A	B	C	D	E	
1	Расчет внутренней скорости оборота инвестиций					
2						
3	Ожидаемые доходы в течение		5 лет			
4	Затраты по проекту	-700 000 000,00р.				
5	Первый год	70 000 000,00р.				
6	Второй год	90 000 000,00р.				
7	Третий год	300 000 000,00р.				
8	Четвертый год	250 000 000,00р.				
9	Пятый год	300 000 000,00р.				
10						
11	Рыночная норма дохода		12%			
12						
13	Внутренняя скорость оборота инвестиций		11%	Проект необходимо отвергнуть		
14						
15		=ВСД(B4:B9)				

Рис. 7.24. Расчет внутренней скорости оборота инвестиций

2. Рассмотрим этот пример для всех комбинаций исходных данных. Для создания сценария следует использовать команду **Сервис - Сценарии - кнопка Добавить** (рис. 7.25).

	A	B	C	D	E	F
1	Расчет внутренней скорости оборота инвестиций					
2						
3	Ожидаемые доходы в течение		5 лет			
4	Затраты по проекту	-700 000 000,00р.				
5	Первый год	70 000 000,00р.				
6	Второй год	90 000 000,00р.				
7	Третий год	300 000 000,00р.				
8	Четвертый год	250 000 000,00р.				
9	Пятый год	300 000 000,00р.				
10						
11	Рыночная норма дохода		12%			
12						
13	Внутренняя скорость оборота инвестиций		11%	Про		
14						
15						

Изменение сценария

Название сценария:

Изменяемые ячейки:

Чтобы добавить несмежную изменяемую ячейку, укажите ее при нажатой клавише Ctrl.

Примечание:

Защита
 запретить изменения скрыть

Рис. 7.25. Добавление сценария для первой комбинации исходных данных

После нажатия на кнопку **OK** появляется возможность внесения новых значений для изменяемых ячеек (рис. 7.26).

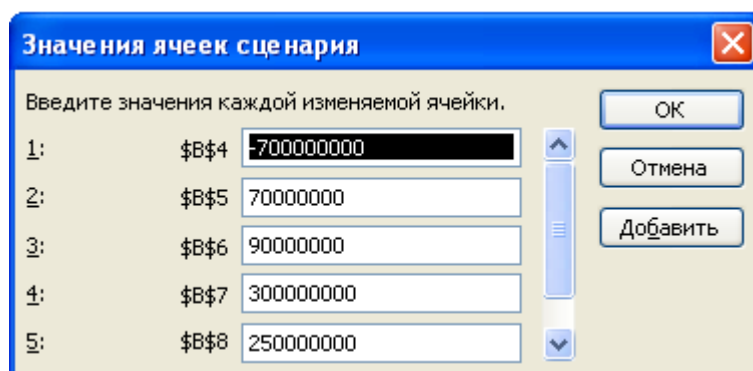


Рис. 7.26. Окно для изменения ячеек сценария

Для сохранения результатов по первому сценарию нет необходимости редактировать значения ячеек достаточно нажать кнопку **ОК** для подтверждения значений, появившихся по умолчанию, и выхода в окно **Диспетчер сценариев** (рис. 7.27).

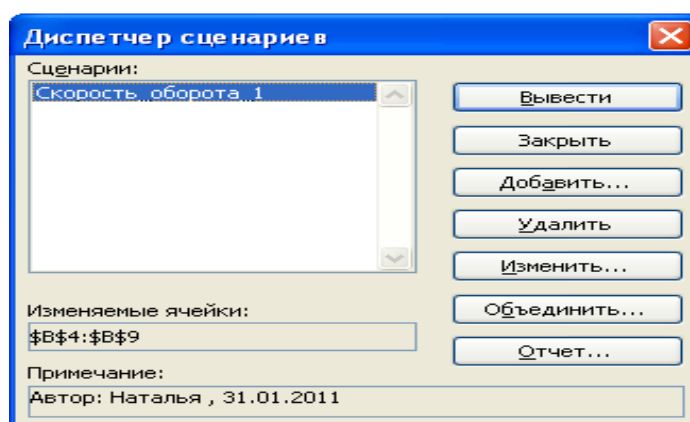


Рис. 7.27. Окно **Диспетчер сценариев** с первым сохраненным сценарием

3. Для добавления к рассматриваемой задаче новых сценариев достаточно нажать кнопку **Добавить** в окне **Диспетчер сценариев** и повторить вышеописанные действия, изменив значения в ячейках исходных данных (рис. 7.28).

На рис. 7.28 сценарий **Скорость_оборота_1** соответствует данным (-700; 70; 90; 300; 250; 300), сценарий **Скорость_оборота_2** - данным (-600; 50; 100; 200; 200; 300), сценарий **Скорость_оборота_3** - данным (-650; 90; 120; 200; 250; 250), сценарий **Скорость_оборота_4** - данным (-500; 100; 100; 200; 250; 250).

Нажав кнопку **Вывести**, можно посмотреть на рабочем листе результаты расчета для соответствующей комбинации исходных значений.

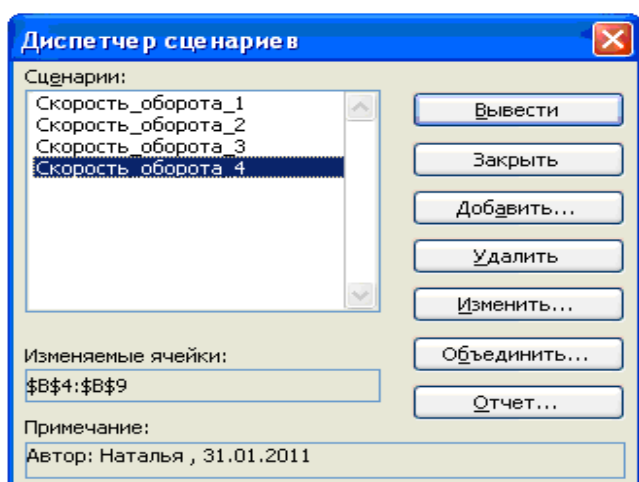


Рис. 7.28. Окно **Диспетчер сценариев** с добавленными сценариями по расчету скорости оборота инвестиций

4. Для получения итогового отчета по всем добавленным сценариям следует нажать кнопку **Отчет** в окне диспетчера сценариев. В появившемся окне **Отчет по сценарию** (рис. 7.29) выбрать необходимый тип отчета и дать ссылки на ячейки, в которых вычисляются результирующие функции. При нажатии на кнопку **ОК** на соответствующий лист рабочей книги выводится отчет по сценариям (рис. 7.30)

Рис. 7.29. Добавление ячеек результата в окно **Отчет по сценарию**

Рис. 7.30. Отчет типа **Структура** по сценариям расчета скорости оборота инвестиций



Задание .

Инвестор имеет возможность выбрать один из трех инвестиционных проектов, требующих начальных инвестиций и предполагающих денежные поступления в последующие 3 года. Годовая процентная ставка для всех трех проектов одинакова и составляет 15%.

Год	I проект	II проект	III проект
Начальные инвестиции (год 0)	- 17 000 000 р.	-20 000 000 р.	-30 000 000 р.
Год 1	3 000 000 р.	14 000 000 р.	12 000 000 р.
Год 2	4 000 000 р.	8 000 000 р.	12 000 000 р.
Год 3	17 000 000 р.	4 000 000 р.	16 000 000 р.



Технология выполнения задания.

Для сравнения этих проектов понадобятся такие показатели как:

1. Чистый приведенный доход (он показывает величину денежных средств, которую инвестор ожидает получить от проекта, после того, как денежные притоки окупят его первоначальные инвестиционные затраты и периодические денежные оттоки, связанные с осуществлением проекта);
2. Внутренняя ставка доходности (это процентная ставка, при которой чистый приведенный доход равен 0).

1. Исходные данные и решение задачи приведено на рис. 7.31. Формулы для расчета:

- в ячейке **B9**: =СУММ(B4:B7)
- в ячейке **B9**: =ЧПС(B2;B5;B6;B7)
- в ячейке **B10**: =ВСД(B4:B7)

	A	B	C	D
1		Проект I	Проект II	Проект III
2	Ставка	15%	15%	15%
3	Год			
4	0	-17 000 000р.	-20 000 000р.	-30 000 000р.
5	1	3 000 000р.	14 000 000р.	12 000 000р.
6	2	4 000 000р.	8 000 000р.	12 000 000р.
7	3	17 000 000р.	4 000 000р.	16 000 000р.
8	Итого	7 000 000р.	6 000 000р.	10 000 000р.
9	ЧПС	16 811 046,27р.	20 853 127,31р.	30 028 766,34р.
10	ВСД	14,49%	18,17%	15,06%
11				

Below the table, three formula boxes are shown with arrows pointing to the corresponding cells in the table:

- Box 1: =ВСД(B4:B7) points to cell B10.
- Box 2: =СУММ(B4:B7) points to cell B9.
- Box 3: =ЧПС(B2;B5;B6;B7) points to cell B9.

Рис. 7.31. Исходные данные и расчет финансовых показателей

2. Для создания сценария следует использовать команду **Сервис - Сценарии** - кнопка **Добавить** (рис. 7.32 а и б).

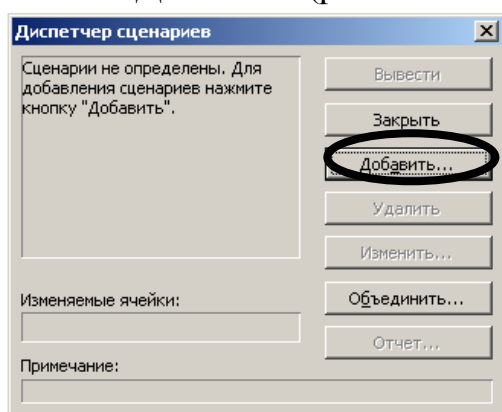


Рис. 7.32а

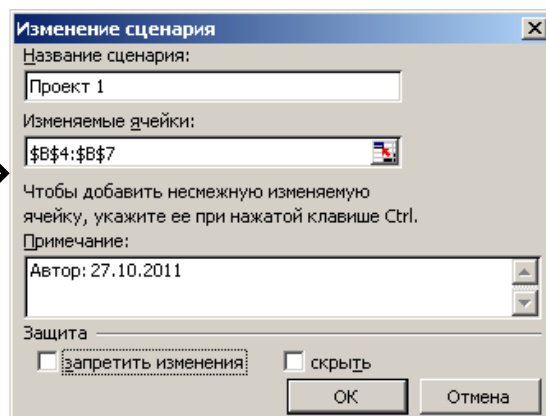


Рис. 7.32б

Добавление сценария для первой комбинации исходных данных

После нажатия на кнопку **OK** появляется возможность внесения новых значений для изменяемых ячеек (рис. 7.33).

№	Имя ячейки	Значение
1	\$B\$4	-17000000
2	\$B\$5	3000000
3	\$B\$6	4000000
4	\$B\$7	17000000

Рис. 7.33. Окно для изменения ячеек сценария

Для сохранения результатов по первому сценарию нажать кнопку **OK** для подтверждения значений, появившихся по умолчанию, и выхода в окно Диспетчер сценариев (рис. 7.34а, б, в).

Сценарии:
Проект 1

Изменяемые ячейки:
\$B\$4:\$B\$7

Примечание:
Автор: 27.10.2011

Рис. 7.34а.

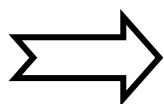
Имя сценария:
Прект 2

Измменяемые ячейки:
\$B\$4:\$B\$7

Примечание:
Автор: 27.10.2011

Защита
 запретить изменения скрыть

Рис. 7.34б.



№	Имя ячейки	Значение
1	\$B\$4	-20000000
2	\$B\$5	14000000
3	\$B\$6	8000000
4	\$B\$7	4000000

Рис. 7.34в.

Добавление сценария для второй комбинации исходных данных

Создадим аналогично сценарий для третьего проекта (рис. 7.35а, б, в).

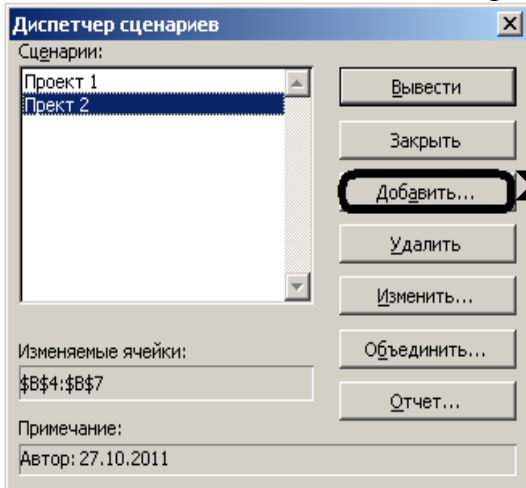


Рис. 7.35а.

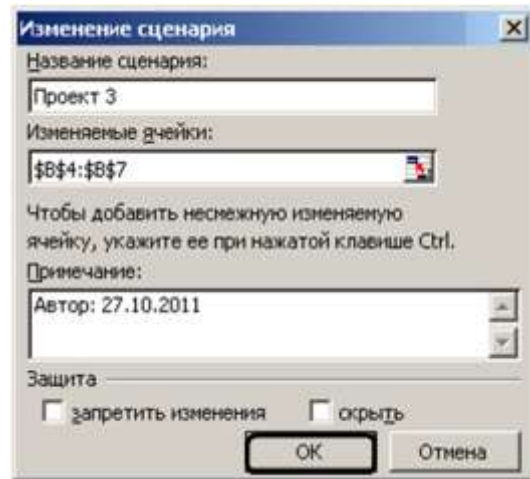


Рис. 7.35б.

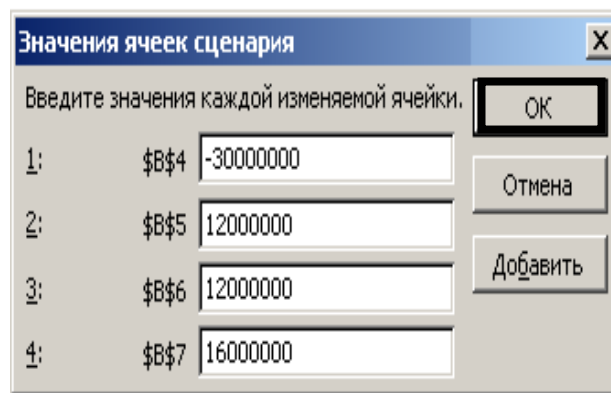
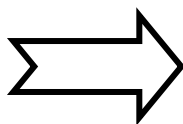


Рис. 7.35в.

Добавление сценария для третьей комбинации исходных данных

После нажатия по кнопке **OK** в окне **Диспетчер сценариев** появились сценарии для всех трех наших проектов (рис. 7.36).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Проект I	Проект II	Проект III			
2	Ставка	15%	15%	15%			
3	Год						
4	0	-17 000 000р.	-20 000 000р.	-30 000 000р.			
5	1	3 000 000р.	14 000 000р.	12 000 000р.			
6	2	4 000 000р.	8 000 000р.	12 000 000р.			
7	3	17 000 000р.	4 000 000р.	16 000 000р.			
8	Итого	7 000 000р.	6 000 000р.	10 000 000р.			
9	ЧПС	16 811 046,27р.	20 853 127,31р.	30 028 766,34р.			
10	ВСД	14,49%	18,17%	15,06%			

Рис. 7.36. Окно **Диспетчер сценариев** с добавленными сценариями по выбору инвестиционных проектов

- Для получения итогового отчета по всем добавленным сценариям нажать кнопку **Отчет** в окне диспетчера сценариев. В появившемся окне **Отчет по сценарию** (рис. 7.37) выбрать необходимый тип отчета и дать ссылки на ячейки, в которых вычисляются результирующие функции. При нажатии на

кнопку **OK** на соответствующий лист рабочей книги выводится отчет по сценариям (рис. 7.38)

	A	B	C	D
1		Проект I	Проект II	Проект III
2	Ставка	15%	15%	15%
3	Год			
4	0	-17 000 000р.		
5	1	3 000 000р.		
6	2	4 000 000р.		
7	3	17 000 000р.		
8	Итого	7 000 000р.		
9	ЧПС	16 811 046,27р.	20	
10	ВСД	14,49%	18,17%	15,06%

Рис. 7.37. Добавление ячеек результата в окно **Отчет по сценарию**

Структура сценария		Текущие значения:	Проект 1	Проект 2	Проект 3
Изменяемые:					
\$B\$4		-17 000 000р.	-17 000 000р.	-20 000 000р.	-30 000 000р.
\$B\$5		3 000 000р.	3 000 000р.	14 000 000р.	12 000 000р.
\$B\$6		4 000 000р.	4 000 000р.	8 000 000р.	12 000 000р.
\$B\$7		17 000 000р.	17 000 000р.	4 000 000р.	16 000 000р.
Результат:					
\$B\$9		16 811 046,27р.	16 811 046,27р.	20 853 127,31р.	30 028 766,34р.
\$B\$10		14,49%	14,49%	18,17%	15,06%

Примечания: столбец "Текущие значения" представляет значения изменяемых ячеек в момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого сценария выделены серым цветом.

Рис. 7.38. Отчет типа **Структура** по сценариям выбора инвестиционного проекта

Для наглядности на листе **Структура сценария** внести в полученную таблицу поясняющий текст и удалить всю лишнюю информацию (рис. 7.38а).

Структура сценария		Проект 1	Проект 2	Проект 3
Изменяемые:				
Размер инвестиции		-17 000 000р.	-20 000 000р.	-30 000 000р.
Поступление в год 1		3 000 000р.	14 000 000р.	12 000 000р.
Поступление в год 2		4 000 000р.	8 000 000р.	12 000 000р.
Поступление в год 3		17 000 000р.	4 000 000р.	16 000 000р.
Результат:				
Чистый приведённый доход		16 811 046,27р.	20 853 127,31р.	30 028 766,34р.
Внутренняя ставка доходности		14,49%	18,17%	15,06%

Примечания: столбец "Текущие значения" представляет значения изменяемых ячеек в момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого сценария выделены серым цветом.

Рис. 7.38а. Отчет типа **Структура** по сценариям выбора инвестиционного проекта (с поясняющим текстом)



Задание .

Вы решили купить машину в кредит. Нужно определить в каком из имеющихся банков наиболее оптимальные условия.



Технология выполнения задания .

1. Составить в Excel таблицу с исходными данными (рис. 7.39). В числе исходных данных у нас будут следующие показатели: **Сумма кредита** (она равна стоимости автомобиля), **размер процентной ставки по кредиту**, **размер первоначального взноса**, **срок, на который берем кредит** и все сопроводительные выплаты по счету, такие как: **размер процента за открытие счета**, **сумма ежемесячных платежей за обслуживание счета**.

	A	B
1	Сумма кредита	500 000,00р.
2	Процент по кредиту	15,00%
3	Размер первоначального взноса	20 000,00р.
4	Срок кредита, мес.	24
5	Процент за открытие счёта	0,5%
6	Ежемесячные платежи за обслуживание счёта	500,00р.
7		

Рис. 7.39. Исходные данные для решения задачи

2. Рассчитать: сумму ежемесячных выплат, реальную стоимость покупки и общую стоимость переплаты.

- Сумма ежемесячных выплат высчитывается при помощи функции ПЛТ. Заполнить аргументы функции (рис 7.40). Нажать **ОК**.

В поле «Ставка» ввести адрес ячейки B2/12 т.к. рассчитываем ежемесячные платежи (ежемесячную процентную ставку).

В поле «Кпер» ввести адрес ячейки B4

В поле «Пс» нужно указать адрес ячейки, отображающую сумму, которую мы хотим взять в кредит. Если бы у нас не было первоначального взноса, то в данном поле мы бы просто указали адрес ячейки B1, но поскольку мы берем в кредит не полную стоимость автомобиля, а стоимость автомобиля за вычетом первоначального взноса, то в это поле ввести: B1-B3.

В поле «Бс» ввести 0, т.к. после последней выплаты наш долг банку должен быть полностью погашен, т.е. = 0.

В поле «Тип» ввести 0, т.к. выплаты производятся в конце периода.

Аргументы функции

ПЛТ

Ставка B2/12 = 0,0075

Кпер B4 = 24

Пс B1-B3 = 425000

Бс 0 = 0

Тип 0 = 0

Возвращает сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства суммы платежей и постоянства процентной ставки.

Ставка процентная ставка за период займа. Например при годовой процентной ставке в 6% для квартальной ставки используйте значение 6%/4.

Справка по этой функции Значение: -19 416,02р. ОК Отмена

Рис. 7.40 Диалоговое окно функции ПЛТ

- Реальная стоимость покупки = (сумма ежемесячных выплат * срок кредита) – начальный взнос – (сумма кредита * % за открытие счета) – (ежемесячные платежи за обслуживание счета * срок кредита).
- Суммы переплаты = сумма кредита + реальная стоимость покупки (рис. 7.41).

	A	B	C	D	E	F
1	Сумма кредита	500 000,00р.				
2	Процент по кредиту	15,00%				
3	Размер первоначального взноса	20 000,00р.				
4	Срок кредита, мес.	24				
5	Процент за открытие счёта	0,5%				
6	Ежемесячные платежи за обслуживание счёта	500,00р.				
7						
8						
9	Сумма ежемесячных выплат	-23 273,59р.				
10	Реальная стоимость покупки	-593 066,19р.				
11	Общая сумма переплаты	-93 066,19р.				
12						

Формулы в ячейках:

- Ячейка C8: =ПЛТ(В2/12;В4;В1-В3;0;0)
- Ячейка C9: =В9*В4-В3-В1*В5-В6*В4
- Ячейка C11: =В10+В1

Рис. 7.41. Исходные данные и расчет показателей

3. Для создания второй таблицы с исходными данными по каждому банку нужно обзвонить банки, где вы потенциально можете взять кредит, и узнать какой процент по кредиту берет каждый банк, требуется ли предоплата, есть ли сопутствующие платежи по счету: платеж за открытие счета, отчисления за обслуживание счета. Т.е. провести маркетинговое исследование на скорую руку по услугам банков. Все полученные данные занести в таблицу рис. 7.42.

	A	B	C	D	E
1	Сумма кредита	500 000,00р.			
2	Процент по кредиту	15,00%			
3	Размер первоначального взноса	20 000,00р.			
4	Срок кредита, мес.	24			
5	Процент за открытие счёта	0,5%			
6	Ежемесячные платежи за обслуживание счёта	500,00р.			
7					
8					
9	Сумма ежемесячных выплат	-23 273,59р.			
10	Реальная стоимость покупки	-593 066,19р.			
11	Общая сумма переплаты	-93 066,19р.			
12					
13		Банк А	Банк ББ	Банк ВВВ	
14	Годовой процент по кредиту	9%	12%	13%	
15	Размер первоначального взноса	75 000р.	32 000р.	0р.	
16	Срок кредита, мес.	24	36	48	
17	Процент за открытие счёта	2%	1%	0%	
18	Ежемесячные платежи за открытие счёта	500р.	0р.	700р.	

Формулы в ячейках:

- Ячейка C8: =ПЛТ(В2/12;В4;В1-В3;0;0)
- Ячейка C9: =В9*В4-В3-В1*В5-В6*В4
- Ячейка C11: =В10+В1

Рис. 7.42. Исходные данные по каждому банку

4. Для создания сценария следует использовать команду **Сервис - Сценарии** - кнопка **Добавить**. Создать три сценария для трёх банков (действия аналогичны ранее рассмотренным задачам) рис. 7.43 – рис. 7.45.

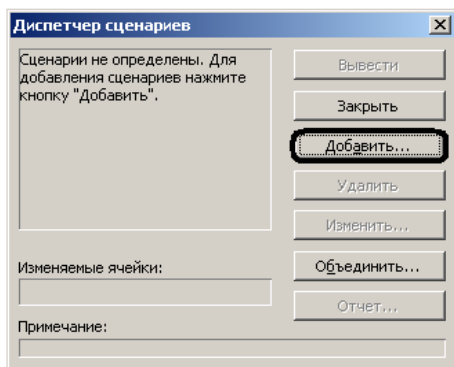


Рис. 7.43а.

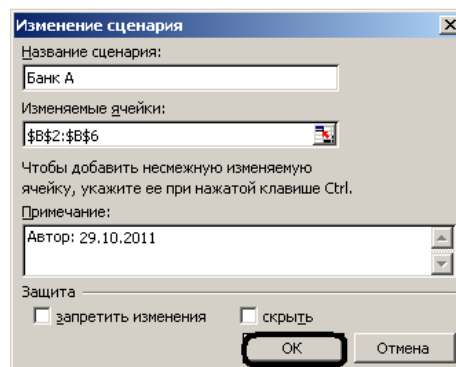


Рис. 7.43б.

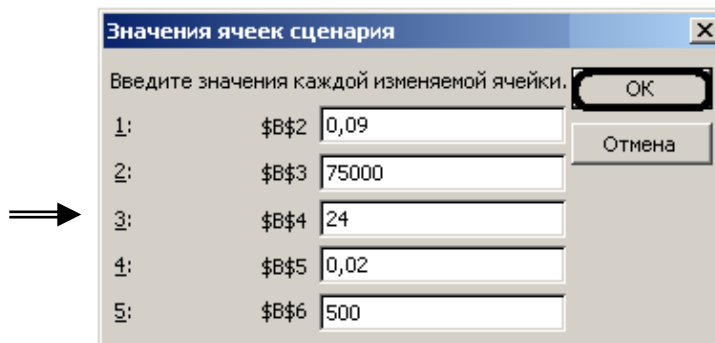


Рис. 7.43в.

Добавление сценария для первой комбинации исходных данных

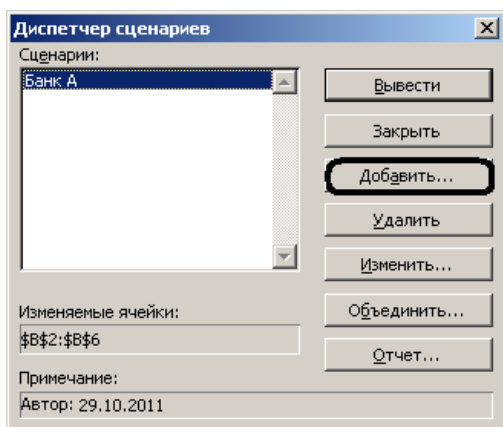


Рис. 7.44а.

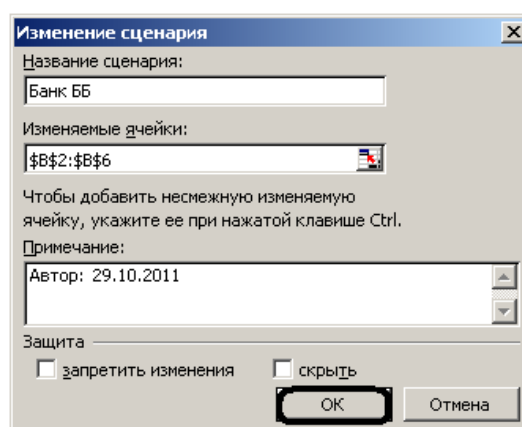


Рис. 7.44б.

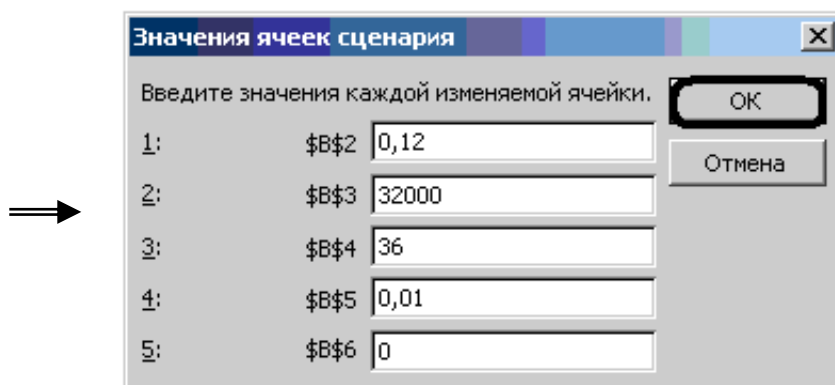


Рис. 7.44в.

Добавление сценария для второй комбинации исходных данных

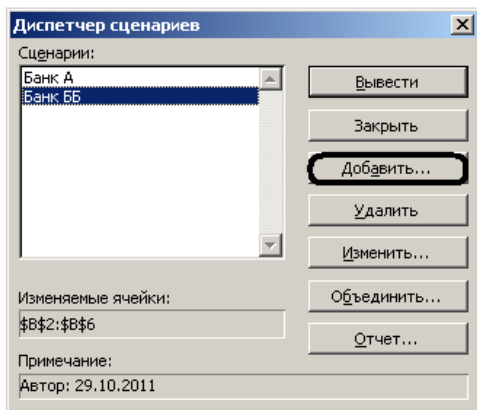


Рис. 7.45а.

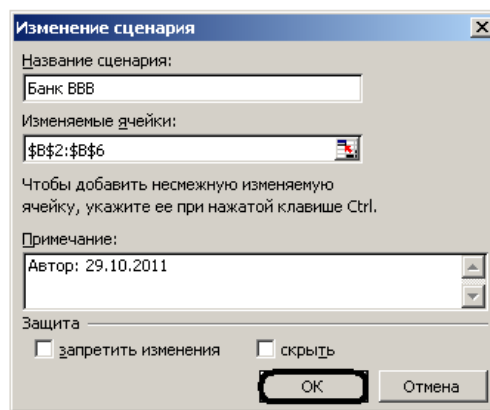


Рис. 7.45б.

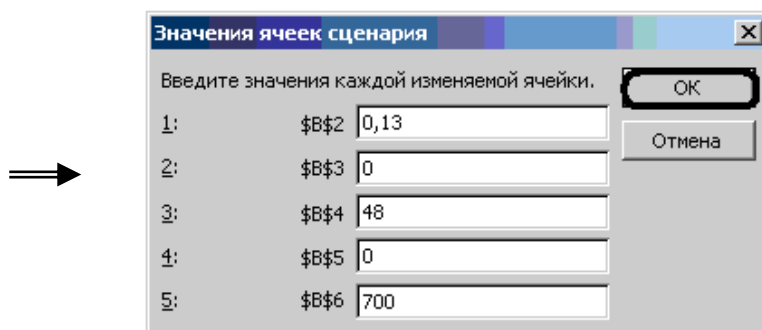


Рис. 7.45в.

Добавление сценария для третьей комбинации исходных данных

После нажатия по кнопке **ОК** в окне **Диспетчер сценариев** появились сценарии для всех трех наших проектов (рис. 7.46).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Сумма кредита	500 000,00р.						
2	Процент по кредиту	15,00%						
3	Размер первоначального взноса	20 000,00р.						
4	Срок кредита, мес.	24						
5	Процент за открытие счёта	0,5%						
6	Ежемесячные платежи за обслуживание счёта	500,00р.						
7								
8								
9	Сумма ежемесячных выплат	-23 273,59р.						
10	Реальная стоимость покупки	-593 066,19р.						
11	Общая сумма переплаты	-93 066,19р.						
12								
13		Банк А	Банк ББ	Банк ВВВ				
14	Годовой процент по кредиту	9%	12%	13%				
15	Размер первоначального взноса	75 000р.	32 000р.	0р.				
16	Срок кредита, мес.	24	36	48				
17	Процент за открытие счёта	2%	1%	0%				
18	Ежемесячные платежи за открытие счёта	500р.	0р.	700р.				
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

Formulas shown in the image:

- Cell B9: $=ПЛТ(B2/12;B4;B1-B3;0;0)$
- Cell B10: $=B9*B4-B3-B1*B5-B6*B4$
- Cell B11: $=B10+B1$

Рис. 7.46. Окно **Диспетчер сценариев** с добавленными сценариями по выбору банков

- Для получения итогового отчета по всем добавленным сценариям следует нажать кнопку **Отчет** в окне диспетчера сценариев. В появившемся окне **Отчет по сценарию** (рис. 7.47) выбрать необходимый тип отчета и дать

ссылки на ячейки, в которых вычисляются результирующие функции. При нажатии на кнопку **ОК** на соответствующий лист рабочей книги выводится отчет по сценариям (рис. 7.48, 7.48а)

	A	B	C	D	E
1	Сумма кредита	500 000,00р.			
2	Процент по кредиту	9,00%			
3	Размер первоначального взноса	75 000,00р.			
4	Срок кредита, мес.	24			
5	Процент за открытие счёта	2,0%			
6	Ежемесячные платежи за обслуживание счёта	500,00р.			
7					
8					
9	Сумма ежемесячных выплат	-19 416,02р.			
10	Реальная стоимость покупки	-562 984,37р.			
11	Общая сумма переплаты	-62 984,37р.			
12					
13		Банк А	Банк ББ	Банк ВВВ	
14	Годовой процент по кредиту	9%	12%	13%	
15	Размер первоначального взноса	75 000р.	32 000р.	0р.	
16	Срок кредита, мес.	24	36	48	
17	Процент за открытие счёта	2%	1%	0%	
18	Ежемесячные платежи за открытие счёта	500р.	0р.	700р.	

Отчет по сценарию [X]

Тип отчета

структура

сводная таблица

Ячейки результата:

=B\$9:B\$11

ОК Отмена

Рис. 7.47. Добавление ячеек результата в окно **Отчет по сценарию**

A1		fx						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Структура сценария						
4		Текущие значения:			Банк А	Банк ББ	Банк ВВВ	
5		Изменяемые:						
6		\$B\$2	9,00%	9,00%	12,00%	13,00%		
7		\$B\$3	75 000,00р.	75 000,00р.	32 000,00р.	0,00р.		
8		\$B\$4	24	24	36	48		
9		\$B\$5	2,0%	2,0%	1,0%	0,0%		
10		\$B\$6	500,00р.	500,00р.	0,00р.	700,00р.		
11		Результат:						
12		\$B\$9	-19 416,02р.	-19 416,02р.	-15 544,30р.	-13 413,75р.		
13		\$B\$10	-562 984,37р.	-562 984,37р.	-596 594,69р.	-677 459,90р.		
14		\$B\$11	-62 984,37р.	-62 984,37р.	-96 594,69р.	-177 459,90р.		
15		Примечания: столбец "Текущие значения" представляет значения изменяемых ячеек в момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого сценария выделены серым цветом.						
16								
17								

Рис. 7.48. Отчет типа **Структура** по сценариям выбора банк

Для большей наглядности адреса ячеек в отчете заменим на текст, соответствующий каждой ячейке и удалим ненужные нам данные.

A1		fx					
1	2	A	B	C	D	E	F
1							
2		Структура сценария					
3			Банк А	Банк ББ	Банк ВВВ		
4		Изменяемые:					
5							
6		Годовой процент по кредиту	9,00%	12,00%	13,00%		
7		Размер первоначального взноса	75 000,00р.	32 000,00р.	0,00р.		
8		Срок кредита	24	36	48		
9		Процент за открытие счёта	2,0%	1,0%	0,0%		
10		Ежемесячные выплаты за открытие счёта	500,00р.	0,00р.	700,00р.		
11		Результат:					
12		Сумма ежемесячных выплат	-19 416,02р.	-15 544,30р.	-13 413,75р.		
13		Реальная стоимость покупки	-562 984,37р.	-596 594,69р.	-677 459,90р.		
14		Общая сумма переплаты	-62 984,37р.	-96 594,69р.	-177 459,90р.		
15		Примечания: столбец "Текущие значения" представляет значения изменяемых ячеек в					
16		момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого					
17		сценария выделены серым цветом.					

Рис. 7.48а. Отчет типа **Структура** по сценариям выбора банк (с поясняющим текстом)

Задания к разделу «Диспетчер сценариев»

1. Облигация куплена (дата соглашения) - 10.09.2004 и будет погашена (дата вступления в силу) 17.09.2006, оплата купонов - один раз в полугодие. Рассчитать число дней до очередного купонного платежа с помощью функции ДНЕЙКУПОНПОСЛЕ. Определить: очередную дату купонных выплат с помощью функции ДАТАКУПОНПОСЛЕ; количество дней накопления купонного дохода-с помощью функции ДНЕЙКУПОНДО; последнюю дату оплаты купона, предшествующую покупке, - с помощью функции ДАТАКУПОНДО; количество купонных выплат, которые получит владелец, - с помощью функции ЧИСЛАКУПОН; число дней в периоде купона - с помощью функции ДНЕЙКУПОН. С помощью диспетчера сценариев изменить частоту выплат, дату соглашения и дату вступления в силу и провести расчеты показателей длительности для ценных бумаг. Оформить результаты в виде сценариев отчетов.
2. Облигации приобретены (дата соглашения) - 3.09.2003 и будут погашены (дата вступления в силу) 11.09.2005. Размер купонной ставки (ставка) - 8% с выплатой один раз в полугодие. Ожидаемая годовая ставка помещения (доход)- 14%, номинал облигации (погашение) - 100. Временной базис расчета - 1. Определить курс (цену) покупки облигации с использованием функции ЦЕНА. Построить сценарии для функции ЦЕНА, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: ставка, погашение, частота выплат. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
3. Облигации выпущены 1.12.2003 и имеют купонный доход 10% (ставка) с выплатой процентов (частота) - один раз в полугодие. Облигации приобретены (дата соглашения) 1.05.2004 по курсу (цена) 89 с погашением (дата вступления в силу) 1.03.2005 по курсу (погашение) 100. Дата первого купона 1.08.2004, временной базис расчета - 1. Рассчитать доход по ценным бумагам с нерегулярным первым периодом выплаты купона с помощью функции ДОХОДПЕРВНЕРЕГ. Построить сценарии для функции ДОХОДПЕРВНЕРЕГ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, ставка, цена, частота. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
4. Облигации выпущены (дата выпуска) 1.12.2003 и приобретены (дата соглашения) 1.05.2004. Предполагаемая дата погашения (дата вступления в силу) 1.03.2005 по курсу (погашение) 100. Купонный доход (ставка) - 11% с выплатой один раз в полугодие, ставка помещения (погашение) - 14%. Дата выплаты первого купона 1.08.2004, временной базис - 1. Рассчитать цену (курс) покупки облигации с помощью функции ЦЕНАПЕРВНЕРЕГ. Построить сценарии для функции ЦЕНАПЕРВНЕРЕГ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, ставка, первый купон, частота. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
5. 11.09.2003 (дата соглашения) приобретены облигации, выпущенные (дата выпуска) - 8.07.2003 с погашением (дата вступления в силу) - 12.12.2005, по

курсу (цена) 100,15. Купонная ставка - 8%, временной базис расчета - 1. Рассчитать годовую ставку помещения для этого вида ценной бумаги (с выплатой процентов и номинала в момент вступления в силу) с помощью функции ДОХОДПОГАШ. Построить сценарии для функции ДОХОДПОГАШ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, цена, ставка. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.

6. 24.09.2003 (дата соглашения) приобретены облигации, выпущенные (дата выпуска) - 11.07.2003 с погашением (дата вступления в силу) - 26.12.2005 по номиналу. Купонная ставка - 11%, выплачиваемая в конце срока действия облигации вместе с номиналом, годовая ставка помещения (доход) - 16%, временной базис расчета - 1. Рассчитать курс покупки ценной бумаги с помощью функции ЦЕНАПОГАШ. Построить сценарии для функции ЦЕНАПОГАШ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, ставка, доход. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
7. Облигации номиналом 2500 выпущены (дата выпуска) 1.06.2004 с погашением (дата вступления в силу) 12.12.2004. Купонная ставка - 7%. Рассчитать сумму накопленного купонного дохода по ценным бумагам за весь период их действия с помощью функции НАКОПДОХОДПОГАШ. Построить сценарии для функции НАКОПДОХОДПОГАШ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, дата вступления в силу, ставка, номинал. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
8. Казначейские облигации (ценные бумаги краткосрочного действия) приобретены (дата соглашения) 1.01.2004 по курсу (цена) - 95,8. Погашение (дата вступления в силу) - 10.12.2004. Рассчитать ставку годового дохода по этим казначейским чекам с помощью функции ДОХОДКЧЕК. Построить сценарии для функции ДОХОДКЧЕК, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, дата вступления в силу, цена. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
9. Казначейские облигации (ценные бумаги краткосрочного действия) приобретены (дата соглашения) 1.04.2004 со скидкой 17,2%. Погашение (дата вступления в силу) - 23.12.2004. Рассчитать ставку годового дохода по этим казначейским чекам с помощью функции РАВНОКЧЕК. Построить сценарии для функции РАВНОКЧЕК, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, дата вступления в силу, скидка. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
10. Казначейские облигации (ценные бумаги краткосрочного действия) приобретены (дата соглашения) 4.03.2004 со скидкой 16,23%. Погашение (дата вступления в силу) - 23.11.2004. Рассчитать курс (цену) приобретения этих казначейских чеков с помощью функции ЦЕНАКЧЕК. Построить сценарии для функции ЦЕНАКЧЕК, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, дата вступления в силу, скидка. Оформить результаты в виде отчета по сценарию.

11. Облигации приобретены (дата соглашения) - 11.08.2002, дата погашения (дата вступления в силу) - 25.11.2004, купонный доход (купон) - 10% с выплатой процентов один раз в полугодие, годовая ставка дохода (доход) - 22%. Временной базис расчета - 1. Рассчитать продолжительность действия этих ценных бумаг с помощью функции ДЛИТ. Построить сценарии для функции ДЛИТ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, купон, доход, частота. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.
12. Облигации приобретены (дата соглашения) - 14.08.2003, дата погашения (дата вступления в силу) - 25.12.2005. Частота купонных выплат - один раз в полугодие, купонная ставка (купон) - 8%. Ставка помещения (доход) - 19%. Временной базис расчета - 1. Рассчитать модифицированную продолжительность действия этих ценных бумаг (длительность Макалея) с помощью функции МДЛИТ. Построить сценарии для функции МДЛИТ, выбрав в качестве изменяемых ячеек значения: дата соглашения, купон, доход, частота. Оформить результаты в виде отчета по сценариям.

Функции рабочего листа Excel

Ввод стандартных функций в ячейку можно производить с клавиатуры или с помощью диалогового окна **Мастера функций**. В данном приложении содержится список основных функций рабочего листа Excel. Для получения более подробной информации о конкретной функции и ее аргументах - выберите ее в диалоговом окне *Мастер функций* и нажмите кнопку Справка по этой функции

Некоторые функции категории Математические

Функция	Назначение
МОБР(массив)	Возвращает обратную матрицу для матрицы, хранящейся в массиве.
МОПРЕД(массив)	Возвращает определитель матрицы
МУМНОЖ(массив1;массив2)	Возвращает произведение матрицы
ОТБР(массив)	Усекает число до целого, отбрасывая его дробную часть
ПРОИЗВЕД(число1;число2; ...)	Возвращает произведение чисел, заданных в качестве аргумента
СУММ(число1;число2; ...)	Суммирует все числа в интервале ячеек
СУММЕСЛИ(диапазон;критерий; диапазон_суммирования)	Суммирует ячейки, заданные критерием
СУММКВ(число1;число2; ...)	Возвращает сумму квадратов аргументов
СУММПРОИЗВ(массив1; массив2; массив3; ...)	Перемножает соответствующие элементы заданных массивов и возвращает сумму произведений
ЦЕЛОЕ(число)	Округляет число до ближайшего меньшего целого
ABS(число)	Возвращает модуль (абсолютную величину) числа
SIN(число)	Возвращает синус заданного угла
COS(число)	Возвращает косинус заданного угла
SINH(число)	Возвращает гиперболический синус угла
COSH(число)	Возвращает гиперболический косинус угла
СТЕПЕНЬ(число;степень)	Возвращает результат возведения числа в степень.
СЧЁТЕСЛИ(диапазон; критерий)	Подсчитывает количество ячеек внутри диапазона, удовлетворяющих заданному критерию

Функции категории Логические

Функция	Назначение
ЕСЛИ	Возвращает первое значение, если логическое выражение при вычислении дает значение ИСТИНА, и второе значение, если ЛОЖЬ

Некоторые функции категории Ссылки и массивы

Функция	Назначение
ТРАНСП(массив)	Возвращает вертикальный диапазон ячеек в виде горизонтального и наоборот
ЧИСЛОСТОЛБ(массив)	Возвращает количество столбцов в ссылке
ЧСТРОК(массив)	Возвращает количество строк в ссылке

Некоторые функции категории Статистические

Функция	Назначение
МАКС(число1;число2; ..)	Возвращает максимальное значение из списка аргументов
МИН(число1;число2; ...)	Возвращает наименьшее значение в списке аргументов
СРГЕОМ(число1;число2;..)	Возвращает среднее геометрическое значений массива или интервала положительных чисел.
СРЗНАЧ(число1;число2;..)	Возвращает среднее (арифметическое) значение
СЧЁТ(значение1; значение2;)	Подсчитывает количество чисел в списке аргументов.
КВАДРОТКЛ(число1;число2;...)	Возвращает сумму квадратов отклонений точек данных от их среднего.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев В.Е., Ваулин А.С., Петрова Г.Б. Вычислительная техника и программирование. Практикум по программированию: Практическое пособие. – М.: Высшая школа, 1991. -400 с.
2. Высшая математика: Учеб. Пособие для студентов пед. ин-тов по спец. 2120 «Общетехн. дисциплины и труд»/ Под ред. Г.Н.Яковлева.- М.: Просвещение, 1988.- 431 с.
3. Зеньковский В.А. Примеры Excel в экономических и инженерных расчетах. Серия «Про ПК». – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. -192 с.
4. Информатика. Базовый курс. 2-е издание/ Под ред. С.В. Симоновича.- СПб.: Питер, 2003. -640 с.
5. Рудикова Л.В. Microsoft Excel для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. -368с.
6. Сергованцев В.Т., Бледных В.В. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах: Учебник. -3-е изд., перераб. и доп. –М.: Финансы и статистика, 1988. – 214 с.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТЫ С MICROSOFT EXCEL	4
1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ.....	4
1.2. ИНТЕРФЕЙС MICROSOFT EXCEL	5
1.3. ВВОД, РЕДАКТИРОВАНИЕ И ФОРМАТИРОВАНИЕ ДАННЫХ.....	6
ГЛАВА 2. ФОРМУЛЫ И ФУНКЦИИ MICROSOFT EXCEL	10
2. 1. РАБОТА С ФОРМУЛАМИ.....	10
2.2. ОШИБКИ В ФОРМУЛАХ И ОТСЛЕЖИВАНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ.....	14
2.3. ФУНКЦИИ.....	16
ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛ И ФУНКЦИЙ	19
3.1. ЗАДАЧИ ОБЩЕГО СВОЙСТВА	19
Использование функций разветвляющейся структуры	22
Использование функций разветвляющейся структуры с циклом.....	23
Использование логических функций для представления периодических функций	25
Задания к разделу «Решение функций разветвляющейся структуры»	29
Задания к разделу «Решение функций разветвляющейся структуры с циклом»	31
Задания к разделу «Использование логических функций для представления периодических функций»	33
3.2. РАБОТА С МАССИВАМИ И МАТРИЦАМИ	38
3.2.1. Обработка одномерных массивов	39
3.2.2. Обработка двумерных массивов	41
3.2.3. Действия с матрицами.....	43
Задания к разделу «Работа с массивами и матрицами»	56
ГЛАВА 4. ГРАФИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ MICROSOFT EXCEL	64
Задания к разделу «Построение диаграмм»	81
4.1. АНАЛИЗ ТЕНДЕНЦИЙ. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ТРЕНДА	87
Задания к разделу «Построение линии тренда»	93
ГЛАВА 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ.....	94
5.1. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	94
Задания к разделу «Численное решение задачи Коши»	105
5.2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ	106
Задания к разделу «Численное интегрирование функций»	110
ГЛАВА 6. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ НАДСТРОЙКИ ПОИСК РЕШЕНИЯ	111
6.1. ЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ.....	116
Задания к разделу «Линейная оптимизация»	124
6.2. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА	128
Задания к разделу «Транспортная задача».....	138
ГЛАВА 7. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В MS EXCEL.....	143
7.1. ЗАДАЧИ ФИНАНСОВОГО АНАЛИЗА	143
Задания к разделу «Финансовые функции MS Excel»	153
7.2. ПОДБОР ПАРАМЕТРА	154
Задания к разделу «Подбор параметра»	157
7.3. ТАБЛИЦА ПОДСТАНОВКИ.....	159
Задания к разделу «Таблица подстановки».....	165
7.4. ДИСПЕТЧЕР СЦЕНАРИЕВ	167
Задания к разделу «Диспетчер сценариев».....	181
Приложение	184
ЛИТЕРАТУРА	186

Учебное издание

Верезубова Наталья Афанасьевна
Петракова Наталья Васильевна
Безик Дмитрий Александрович
Жиряков Алексей Васильевич

**ИНЖЕНЕРНЫЕ И ЭКОНОМИЧЕСКИЕ
РАСЧЕТЫ В СРЕДЕ MICROSOFT EXCEL**

Учебное пособие для студентов
экономического, агроинженерного направления и аспирантов

Редактор Павлютина И.П.

Подписано к печати 11.04.2012 г.
Формат 60x84 1/16 Бумага печатная. Усл. печ. л. 10,93.
Тираж 100 экз. Изд. № 2159.

Издательство Брянской государственной сельскохозяйственной академии
243365 Брянская обл., Выгоничский район, п. Кокино, БГСХА